Duplicada

Instituciones de Perspectiva Aprovadas por la Rl. Academia de Sn. Fernando en Junta Genl. de 11 de Febrero de 1849 por el Avgto Acado. de No. Dn. Matias Laviña

Leccion 1.ª

Perspectiva de las Plantas.

1.-- Si al fijar nuestra vista sobre un objéto, suponemos interpuesto un velo ó superficie trasparente entre esta y aquel, los rayos que parten de nuestra vista, y se fijan mas principalmente en los angulos y aristas de dicho objéto, fijan en dicha superficie otros tantos puntos y lineas correspondientes, cuyo conjunto y posicion, representa el objéto con tal exactitud, que se confunde con el propio orijinal.

2.-- La geometria suministra el medio de fijar en una superficie cualquiera estos puntos y aristas, con la misma precision que lo hacen los rayos visuales al cruzar el velo trasparente; y á la operacion que da este resultado, la cual no es sino una parte de aquella, se la distingue con el nombre de perspectiva lineal.

3.-- A fin de proceder en los principios de esta facultad, con un comprobante de las operaciones que deben fijar nuestras ideas para convencernos de su exactitud; conviene que supongamos dos planos horizontales, cortados por otros dos verticales, q.e entre si se hallan cortados en angulos rectos. De los dos planos horizontales, el inferior llámase *plano geométrico*, y en él se consideran colocados los objetos originales; el segundo conserva el nombre de *plano horizontal*, y se supone colocado al nivel del ojo. De los otros dos verticales, el uno se halla frente al espectador, y se le distingue con el nombre de *cuadro lúcido, superficie* o *plano perspectivo*, y el otro, que pasando por el ojo, se dirige al cuadro formando con él angulos rectos, retiene el de *plano vertical*

4 -- La recta que en el cuadro lúcido produce el plano geométrico en su comun interseccion, se llama *línea de tierra*, y es la que forma la parte inferior ó base del cuadro: la recta que origina el plano horizontal en dho cuadro, llámase *línea horizontal*; la que resulta por causa del plano vertical, se llama *línea vertical*, y finalmente aquella q̃ procede de la seccion de los planos vertical y horizontal, se llama *línea de distancia*, porque efectivamente, es la que media entre el cuadro lúcido y el ojo del espectador.

5 --

5 — Los extremos de la linea de distancia tienen su respectiva denominacion, esto es, aquel que corresponde sobre la horizontal, llamase punto de vista, centro del cuadro, ó punto principal, y el otro que está en el ojo del espectador llamase punto de distancia.

6 Asi por ejemplo, en la figura 1.ª, **MN** representa el plano geometrico, y su paralelo **OP** el horizontal; de los dos verticales, **FX** representa el cuadro lucido, y **VY** el vertical. La linea de tierra se halla señalada por las letras **GX**, la horizontal por las letras **AO**, la de distancia por las **VD** y la vertical por las **VZ**. Por último el punto de vista se vé en **V** y el de distancia en **D**.

7 — Todo punto perspectivo comparece en el cuadro tanto mas alto, cuanto mayor es la distancia que media entre el punto original y la linea de tierra. De aqui se sigue, que si dos puntos perspectivos son equidistantes de la linea de tierra, sucederá esto en virtud de que, sus correspondientes originales, distarán igualmente de la propia linea.

Con efecto, si en la figura 2.ª consideramos el punto X mas apartado del cuadro lucido q.e el punto Z, y desde el punto de distancia **D** tiramos los rayos visuales XD.ZD, se originan dos triángulos XDP, ZDP cortados por el cuadro lucido BT, el cual por ser paralelo al lado comun, los divide en partes proporcionales, de donde resulta.

XDP: ZDP :: XCT: ZGT, luego los lados de estos dos ultimos tambien guardarán entre si la misma proporcion y se tendrá XT:ZT::TC: TG; pero habiendo supuesto XT > ZT, se sigue que TC > TG, ó sea el punto C perspectiva del punto X, mas alto que el punto G perspectiva del punto Z, por hallarse X á mayor distancia que Z del cuadro lucido, conforme á la proposicion

8... La perspectiva de un punto original, aparece en el cuadro tanto mas alta... 1.° cuando en una misma distancia, se halle el ojo colocado á mayor altura.. 2.° Cuando en diferentes distancias, se halle el ojo mas inmediato al cuadro lucido.

Respecto á la primera parte observaremos, figura 3.ª que estando el punto original en O, el cuadro lucido en BT, y colocando el ojo primeramente en D, y luego inferiormente en E, el rayo visual DO, determinará la perspectiva de dicho punto en M, mas alta que la determinada en N. por el rayo inferior E, O. La construccion de esta figura, demuestra claramente q. el punto perspectivo M, comparece en el cuadro BT mas alto que el punto N, por hallarse la recta OE, comprendida entre las OD y OF.

Para declaracion de la segunda parte, sea O, figura 4.ª el punto original, y BT el cuadro lucido; colocando el ojo a diversas distancias pero siempre en un mismo plano horizontal, se verá, que el rayo DO, tirado desde la distancia mas corta D, fija el punto perspectivo M, mas alto que el determinado en N por el otro rayo EO, tirado de una distancia mas larga E.

Por la construccion de la figura se echa de ver; que los triangulos E, OF y NOT, resultan semejantes entre si, como tambien los DOP y MOT, de cuya proporcionalidad de lados se sacan estas dos proporciones EF:FO::NT:TO

DP:PO::MT:TO. y como los estremos de ambas son iguales por ser DP=EF, podremos formar una tercera proporcion, con tal que los medios de la una formen los estremos y resultará FO:PO::MT:NT, la cual nos manifiesta, que cuanto menor es la distancia D, tanto mas elevada quedará la perspectiva del punto original.

9... Cualquier punto original colocado en el plano geometrico, á una distancia infinita de la linea de tierra, nunca podrá verse en perspectiva sobre la linea horizontal, por la razon de que, siendo paralelos los planos geometrico y horizontal, (N.º 3). jamas pueden encontrarse, aun cuando se estiendan al infinito.

10... Una recta, ó una figura plana cualquiera situada en el plano geometrico, comparece tanto mas pequeña en el cuadro lucido, cuanto mas distante se halle de la linea de tierra: pues que en razon de lo que se aparta de dicha linea, se aparta del ojo. De aqui se sigue, que viendose conforme á los principios opticos, bajo un angulo menor, los rayos visuales que forman sus lados, se hallan mas contiguos, por lo que, la recta que interceptan entre si, es tanto mas corta. De esto se deduce tambien, que las rectas paralelas objetivas, comparecen convergentes en perspectiva. Este mismo principio sirve para esplicar el porqué comparecen dos hileras de arboles en un paseo mucho mas estrechas en su estremo opuesto, sin embargo de ser paralelas, lo cual se hace tanto mas sensible cuanto mayor es la distancia que media entre el ojo y dicho estremo. Respecto al comparecer tanto mas elevado este mismo estremo, en razon de la mayor distancia que media entre aquel y el ojo, se deduce del principio anteriormente demostrado (Nº. 7).

11.... Toda linea recta trazada en el Plano geometrico, juntamente con los rayos visuales que la abrazan y el punto de distancia, se hallan en un mismo plano; pues que formando un triangulo no pueden estar en diversos planos como se demuestra en la geometria de los solidos; facil es comprender, que este plano triangular corta los otros tres planos, esto es al geometrico, al lucido y al horizontal.

12.... Para mayor inteligencia, llamaremos en lo sucesivo plano secante á dho plano.

13.... Por lo dicho hasta aqui se deduce, que la direccion perspectiva de cualesquiera linea original, se determina por la comun seccion del plano secante con el cuadro lucido: que aquella reta ó porcion interceptada entre los rayos visuales indica la perspectiva; y finalmente q.^e todo rayo visual proveniente de un punto cualquiera de la recta objetiva al pasar por el plano lúcido, determina en la linea de direccion su correspondiente punto perspectivo.

14.... La recta que el plano secante produce en el plano horizontal, es paralela á la recta objetiva; porque siendo paralelo el plano geometrico y el horizontal (N.º 3) tales deben resultar las comunes secciones de estos con el plano secante. (Geometria solida).

15.... Si se estiende pues la recta objetiva hasta la linea de tierra, y desde el punto de distancia se tira hasta la linea horizontal, una recta paralela á la misma objetiva prolongada, aquella recta que una luego ambos estremos de contacto, será precisamente la direccion perspectiva de la original, la cual queda luego determinada, como se ha dicho, por la interseccion de los rayos visuales.

16.... Siempre que la recta objetiva sea perpendicular á la linea de tierra, se obtendrá su direccion perspectiva, si desde el punto de vista se tira una recta al punto en que la prolongacion de la misma objetiva encuentra la linea de tierra (N.º 15), siendo en este caso la linea de distancia la paralela de dicha perpendicular.

17..... Cuando una recta dada en el plano geometrico forma un ángulo semirecto ó de 45.. grados con la linea de tierra, la linea de direccion se dirigirá á un punto de la horizontal llamado punto secundario, que distará del punto de vista, igualmente que el de distancia; porque la recta que debe tirarse desde el punto de distancia, paralela á la original, debe hacer con la linea horizontal un ángulo igual, al que con la linea de tierra forma la linea objetiva. (Geometria plana)

18..... Si la recta objetiva es paralela á la linea de tierra tal deberá resultar igualmente su perspectiva, pues se ha dicho anteriormente, que cuando los puntos originales son equidistantes de la linea de tierra, tambien lo serán sus correspondientes perspectivos (N.º 7)

19..... Si varias rectas trazadas en el plano geometrico son paralelas entre sí, las correspondientes lineas perspectivas, se dirigirán todas á un mismo punto de la linea horizontal, puesto que la recta que debe tirarse desde el punto de distancia a la linea horizontal, paralela á una de las objetivas, lo será tambien á las demas (Geom. Sol.) y p.r tanto (N.o 19), el punto de la horizontal obtenido por la interseccion de la paralela tirada desde el punto de distancia, es precisamente el de la concurrencia de todas las rectas perspectivas.

20.... Si las rectas paralelas, son perpendiculares á la linea de tierra, su punto de concurso será el punto de vista. (N.o 16). Si estubiesen en angulo semirecto, concurririan al punto secundario (N.o 17); y finalmente si su inclinacion fuese arbitraria, ó no formase ángulo recto, ni semirecto con la linea de tierra, concurririan á otro punto de la linea horizontal, que se distingue con el nombre de punto accidental (N.o 15). (1)

Adviertase que: Para mayor inteligencia de lo que en adelante se dirá, conviene saber, que todo lo dicho de los puntos, lineas y figuras descritas en el plano geometrico, se verifica tambien respecto de los puntos, lineas y figuras descritas en otro cualquier plano paralelo al geometrico, tanto inferior cuanto superior al plano horizontal.

21..... Para proceder en las operaciones con aquella seguridad que proviene de la conviccion de nuestras ideas, al formular en la practica las proposiciones omitidas; conviene poner en la misma direccion del cuadro lucido, los otros dos planos, esto es, el horizontal y el geometrico, de suerte que conservando su adhesion por las comunes secciones de la linea de tierra y de la horizontal, formen una sola superficie, ó plano continuado como se ve en la figura 5.ª, en la cual, AG representa aquella parte del cuadro lucido, comprendida entre la linea de tierra XG y la horizontal AO; el plano AF, superior á esta recta AO, corresponde al plano horizontal AD, cuya linea de distancia VD, cambia su posicion horizontal, por la perpendicular VD'; la parte inferior del cuadro GP á la linea de tierra XG, pertenece al plano geometrico MX, de suerte que dichos tres planos geometrico, horizontal y cuadro lucido, mediante la revolucion de un cuarto de circulo que sufren en derredor de las respectivas intersecciones XG y AO, resultan una sola superficie PF; como es necesario para la practica de la delineacion.

Pero este plano que en la figura 5.ª vemos escorzado como convenia para la inteligencia de cuanto queda explicado, conviene ahora que lo presentemos de frente, para poder ejecutar el trazado geometrico y perspectivo de los problemas que se proponen á continuacion, como se manifiesta en la figura 6.ª

Corresponde en ella al cuadro lucido, la parte comprendida entre la horizontal **AB** y la linea de tierra **TZ**, la parte **ADB** superior al horizonte, pertenece al plano horizontal; el punto de vista **V** permanece inmobil, y el de distancia **D** viene á colocarsele superior, conservando su determinada extension la linea de distancia **VD**; finalmente la parte **Y** inferior á la linea de tierra **TZ**, es la destinada á servir de plano geometrico.

Esta figura 6.ª trazada artificiosamente, comprueba la exactitud de las reglas fijadas, pues tanto en la única posicion vertical, cuanto en las tres diversas consideradas hasta el presente, ofrecen el propio é identico resultado.

22. A fin de que el objecto ú objetos que hayan de representarse en el cuadro, resulten con la debida propiedad, es necesario que la linea de distancia sea igual al eje de un cono recto, cuya seccion vertical, produzca un triangulo equilatero, y que su base abrace todos los angulos

del cuadro; de esta suerte, los objetos se comprenderán todos bajo un angulo de 60 grados, ángulo que se conforma al cono mayor de radios visuales q.e nuestra vista, por efecto de la configuracion y natural construccion del ojo, puede abarcar sin ofenderse.

Para determinarla conviene fijar sobre la linea horizontal á uno y otro lado del punto de vista, el intervalo que media entre éste y el ángulo mas distante, y con ésta dimension duplicada que resulta, tomada como base, trázase un triangulo equilatero, el vertice del cual coincida en un punto de la perpendicular alzada desde el centro del cuadro, fijando en ella el punto de la distancia.

Esta operacion se simplifica conforme al ejemplo fig.a 7.

Sea **ABGE** el cuadro, su centro sea **V**, y **B** el ángulo que se halla mas distante de dho centro. Con el intervalo **VB**, tracese un arco de circulo indeterminado, comenzando desde la horizontal, y desde la misma extremidad **F**, tracese una cuerda **FG** igual al radio **VF**, y prolonguese ésta hasta encontrar en **D** la perpendicular alzada sobre el punto de vista, y **VD** será la distancia que se busca.

No obstante, puede prescindirse de esta regla, pues para las demostraciones y estudios prácticos, conviene que la distancia sea mas corta, nada importando que las formas resulten ecsajeradas ó deformes, con tal que las reglas sean exactas y las intersecciones mas perceptibles.

23.... Es tambien de advertir, que la mayor altura de la linea horizontal, ó sea la mayor distancia entre esta y la linea de tierra, no debe superar el tercio de la altura del cuadro; por el contrario, cuanto menor sea esta separacion, tanto mas naturales y procsimos aparecen los objetos representados. Sin embargo, aun que resultan las escenas exajeradas y deformes colocando alto el horizonte, conviene en los principios prescindir de estos defectos, porque de esta suerte se manifiestan las reglas con mas claridad.

24.... El principio fundamental sobre que estriba la resolucion de los problemas de perspectiva es el espresado en el nº 15

25.... En la resolucion de los problemas siguientes, suponemos dadas la altura de la linea horizontal, el punto de vista, el de distancia y la posicion del objeto.

26. . . . Problema 1.º Dado un punto objetivo **B**, figura 8.ª hallar el correspondiente perspectivo.

Desde el punto **B** á la linea de tierra, tirese una recta **BT** en una direccion cualquiera, y paralela á esta, otra recta desde el punto de distancia **D** hasta encontrar la horizontal en **N** (N.º 15). Unanse los estremos de estas lineas con la recta **NT**; y finalmente tirando desde el punto de distancia **D**, al objetivo **B** el rayo visual **DB**, este cortará á la recta **NT** en el punto **C**, el cual es el perspectivo que se buscaba.

Demostracion: Siendo la recta **NT** la direccion perspectiva de la **BT** (15). Cada punto de la recta **BT**, y por consiguiente el mismo punto **B**, deberá hallarse en la linea **NT**. Y como se ha hecho observar (N.º 13), que el rayo visual que proviene de una recta objetiva, al intersecarse con la recta de direccion, determina con el punto de contacto el perspectivo correspondiente, se sigue, que el rayo visual **DB** saliendo del punto original **B** y pasando por la linea de direccion **NT**, determina su perspectiva en el punto de interseccion **C**.

Problema 2º

27.... Poner en perspectiva la recta BC, paralela á la linea de tierra; figura 9ª

Resolucion: Desde las estremidades B, C, de la recta objetiva BC, tirense á la linea de tierra las perpendiculares BG. CT. Desde los puntos G, T, conduzcanse al punto de vista las rectas GV, TV (Nº 6). A continuacion, tirense desde el punto de distancia D, los rayos visuales BD, CD, los cuales, cortando las directivas GV, TV, fijarán en ellas conforme á la precedente proposicion, los puntos perspectivos E, F, y pues que (Geometria), bastan dos puntos para determinar la posicion de una recta, se sigue, que la EF será la perspectiva de la BC.

28.... Problema 3º: Poner en perspectiva la recta BC, perpendicular á la linea de tierra (fig 10

Resol: Estiendase en primer lugar la perpendicular objetiva BC hasta la linea de tierra, y desde su interseccion T al punto de vista V, tirese la directiva TV. (Nº 16). Tirense tambien desde los estremos B, C, al punto de distancia D, los rayos visuales BD, CD; estos cortarán la directiva TV en los puntos E, F, en cuyo intervalo E F, quedará determinada la perspectiva de la perpendicular BC (Nº 15).

22 ---- Es de advertir que cuando la perpendicular BC, se encuentra en la direccion de la linea de distancia DV fig.ª 11, como puede ocurrir, deberá en tal caso prolongarse dha perpendicular BC hasta el punto de vista V, cuya prolongacion indicará la direccion perspectiva (Nº 16). Pero como no es posible determinar por medio de los rayos visuales, la posicion ó estremos de la recta perspectiva, porque esta y aquellos se confunden entre si, conviene entonces tirar desde los estremos B, C de la objetiva, dos oblicuas BF, CE hasta la linea de tierra, que formen angulos semirectos con la linea de tierra, y ya que por lo dicho anteriormente (Nº 17), sabemos que la direccion de las paralelas tiradas á 45º concurren al punto secundario S, determinaremos este, por medio de la DS. paralela á las mismas. Tirando pues las E S, F S. obtendremos los segmentos G, H, y con su intervalo la representacion perspectiva de la objetiva BC.

Es tambien aplicable este medio indirecto cuando la objetiva no se halle en continuacion de la linea de distancia, sino tan proxima, q. las intersecciones obtenidas por los rayos visuales en la directiva, se hagan inciertas ó poco seguras.

Tambien podrian obtenerse estas secciones por medio del punto accidental, que es aquel (n.° 20) que dá la direccion de las paralelas objetivas, que con la linea de tierra forman angulos mayores ó menores del semirecto.

Aunque en algunos casos puede ser preferible este segundo metodo, es no obstante mas comodo el primero, porque las paralelas a 45.° se obtienen facilmente haciendo (fig. 10) TE = TC, TF = TB, y asi mismo se obtiene el punto secundario S, haciendo SV = VD.

30. . . . Problema 4.° Poner en perspectiva una obliqua que forme con la linea de tierra un angulo cualquiera figura 12.

Resol. Estiendase desde luego, segun la regla general, la recta BC, hasta la linea de tierra, y paralela a la misma, tirese desde el punto de distancia D, la DA. Unanse los puntos obtenidos T y A por medio de la recta

TA (N.º 15), que dará la direccion perspectiva, la cual, intersecada en M, N por medio de los rayos visuales DB, DC, fijará con el espacio intermedio MN la perspectiva de la oblicua orijinal DC.

31. . . Si estendiendo la recta BC (fig. 11), formase con la linea de tierra un angulo semirecto, su direccion concurrirá en tal caso al punto secundario (N.º 17). Pero siempre qe esto ocurra sin necesidad de recurrir á las paralelas pa. tirar la DS (fig 11) puede abreviarse mucho la operacion haciendo VS = VD y proceder en lo demas segun queda indicado.

32. . . . Conviene advertir: que si ocurriese el que la objetiva BC, fig.a 13 se hallase en la direccion del rayo visual DB, su direccion perspectiva, se hallaria en la del mismo rayo, y por consiguiente no podria este determinar los estremos; será preciso pues, en este caso, tirar desde los estremos B, C de la objetiva, dos paralelas, hasta la linea de tierra, en cualquiera inclinacion, ó bien dos perpendiculares BT, CO, como en la presente figura, cuyas direcciones TV, OV al punto de vista V (N.º 16), intersecando al rayo visual, ó sea direccion de la objetiva, en los puntos M, N,

determinarán estos la perspectiva de la oblicua, dada BC (N.º 29.)

No solo cuando estas dos lineas, directiva y visual, se hallan en la misma direccion se debe recurrir á este artificio, ó metodo subsidiario para fijar en el cuadro los extremos de la objetiva con exactitud, sino que conviene practicarlo siempre que por su aproximacion, se conozca que las mutuas intersecciones hayan de ser muy obtusas, y por consiguiente inciertas.

33.... Problema 5. dado un triangulo; hallar su perspectiva.

Resol. Por alguno de los medios enunciados en los numeros 27, 28, 29 y 30, segun lo exijan las respectivas direcciones del objetivo, pongan se en perspectiva dos de los lados del triangulo dado, y pues que estos comprenderán ya un angulo, esto bastará como en Geometria; para q.e tirando otra recta por los extremos de dichos lados, quede con ella completa la perspectiva del triangulo objetivo.

34.... Problema 6.º Poner en perspectiva un cuadrado

Resol: Para resolver este problema bastará poner en perspectiva dos de los lados opuestos del cuadrado, porque uniendo sus extremos con otras dos rectas, quedará completamente representada la perspectiva del objetivo, por la razon ya repetida, que dos puntos bastan p.ª determinar la posicion de una recta.

35. . . . Advirtase, que sabiendo manejar teorica y practicamente los principios arriba expresados, puede obtenerse el mismo resultado por otro medio. Sea dado por ejemplo el cuadrado ABCE (fig. 14) cuyo lado BC coincida con la linea de tierra. Para hallar su perspectiva se tiran al punto visual las directivas BV, CV correspondientes á los lados BA, CE. Tirense luego á los puntos secundarios las directivas CS, BZ de las diagonales objetivas CA, BE; las cuales intersecando en F y G los lados perspectivos, determinaran otro lado FG, y puesto que su paralelo BC lo está ya desde un principio, por ser comun con el geometrico, quedará completado el representado perspectivo BFGC del cuadrado original.

36. . . . Si supusiéremos que el cuadrado anterior representase un pavimiento de baldosas, Fig.ª 13 hallada q. fuese la perspectiva del total como en el ejemplo ultimo, se obtendria con la misma facilidad la de los demas cuadrados, para lo cual bastaria prolongar por ambos lados, hasta la linea de tierra, todas las

paralelas que le componen; delas cuales concurriendo sus direcciones á los puntos secundarios S, Z, formarian con su tejido, los cuadraditos perspectivos, correspondientes á los del pavimento dado.

37. . . . Esta resolucion nos demuestra todavia otro medio mas abreviado. Si por ejemplo en lugar dela planta ABCD fig.^s 14 y 15 se diese unicamente el lado BC (figura 16), dividido como antes en partes iguales correspondientes al numero requerido de baldosas, podria completarse el pavimento perspectivo, tirando desde los puntos estremos B, C, las directivas BV, CV. Estas se cortarian con las diagonales perspectivas, segun la regla anterior, q.^e tiradas desde los puntos B, C á los secundarios Z, S, fijarian los otros dos angulos del cuadrado; y tirando por ellos el lado FG quedaria completada su perspectiva. Para los cuadraditos intermedios conviene poner á uno y otro lado dela base, el numero competente de divisiones semejantes, por las cuales dirigiendo á cada uno de los puntos secundarios S, Z, las paralelas perspectivas, resultará de su enlace el embaldosado propuesto.

Pero todavia podria escusarse el repetir estas divisiones fuera dela base cuando faltare el espacio pues que por los segmentos obtenidos en ambos cortados BF, CG del cuadro perspectivo, por medio de las diagonales provenientes de las divisiones de la base, podria completarse el pabimiento, con ahorro de lineas y de tiempo.

38.... Problema 7.º Hallar la perspectiva de cualesquiera Poligono.

Resolucion: dividase el poligono dado en tantos triangulos menos dos, cuantos lados tenga (Geom.) por medio de diagonales, y puestos en perspectiva cadauno de ellos (n.º 33) su conjunto formará la perspectiva del propuesto poligono.

39.... Problema 8.º Dado el circulo ABCE hallar su perspectiva. figª 17

Resolucion: Tirense en el circulo objetivo los diametros ortogonios AC, BE y continuense hasta la linea de tierra; busquense sus direcciones y estremos conforme á lo demostrado en los N.os 17 y sigs., y se obtendrán sus perspectivas en FH, IG, por los cuales hagase pasar una elipse FGHI segun las reglas geometricas, y esta será la perspectiva del circulo dado; porque cuando un cono se interseca oblicuamente por un plano, la seccion comun pro=

duce una elipse, lo cual se verifica en este caso; puesto que los rayos visuales forman un cono escaleno, cuya base es el circulo dado y su vertice el punto de distancia en que se reunen. Luego haciendo el cuadro las veces de plano secante, se sigue q.e la comun seccion debe ser una elipse.

40. . . . Advertiremos, que para poner en perspectiva un circulo, hay otros diversos metodos q.e el ejercicio y practica enseña facilmente, pues se hallan basados en la regla establecida en el n.º 15, y consisten, ya en hallar la perspectiva de varios puntos de la circunferencia, y hacer pasar por ellos con mucha destreza una curba continua, como se puede conocer p.r la sola inspeccion de la ~~de la~~ figura 18. ó bien circunscribiendo é inscribiendo al circulo ABCE fig.ª 19 los cuadrados XPQY, IOMN, de los qué, hallada su perspectiva se obtendrán con ellos ocho puntos perspectivos, por los cuales haciendo pasar con arte y soltura una curba, resultará la perspectiva del circulo, por la razon de q.e siendo estos ocho puntos comunes en el geometrico, tanto al Circulo cuanto á los cuadrados, tambien lo deberán ser en la perspectiva del circulo q.e pase por los mismos.

Fin de la 3.a Seccion.

Seccion 2.ª
Perspectiva de los Alzados.

41. . . . Puesto que se ha tratado cuanto pertenece á la perspectiva de las plantas, ó sea de los puntos, lineas, y figuras descritas en el plano geometrico, conviene dar á conocer la manera de poner en perspectiva los alzados, los cuales consisten en rectas, planos, y solidos, que en el plano geometrico provienen de puntos, de lineas y de planos.

42. . . . La práctica de los alzados se funda en los mismos principios que se han fijado para las plantas. Con efecto, no vemos en el cuadro lúcido delineado un alzado, sino por medio de los rayos visuales que provienen de los estremos del alzado y concurren al punto de la distancia; de suerte que, es facil comprender que la recta del alzado, su perspectiva y el punto de distancia, se hallan en el mismo plano triangular que abrazan los rayos visuales, al cual llamamos plano secante N.º 12.

43.... Esta verdad que se observa en la perspectiva de la recta del alzado considerada aisladamente, se estiende á toda otra linea, ya pertenezca á figura plana, ó bien forme parte ó arista de algun solido, pues poniendo en perspectiva cada una de ellas por separado, resultará la perspectiva del conjunto geometrico.

44.... De todo lo dicho deduciremos, que la perspectiva de una perpendicular al plano geometrico, es paralela á dicha perpendicular, puesto que el plano secante, teniendo por base la recta original, perpendicular al plano geométrico sobre el cual insiste perpendicularmente el cuadro lúcido, tiene por precision que intersecar perpendicularmente á este (Geom.), y por consiguiente resultar en él, la interseccion paralela á la perpendicular objetiva.

45.... Si una recta que cae oblicuamente sobre el plano geometrico, se halla en un plano paralelo al cuadro lúcido, su correspondiente perspectiva resultará igualmente paralela á dicho pano original; puesto que, en tal caso, la original y la perspectiva, serian dos secciones comunes de dos planos paralelos cortados p.r el plano secante, de donde se sigue, que dichas secciones ó lineas geometrica y perspectiva, deban ser paralelas.

46. . . . Si una figura plana es paralela al cuadro, su perspectiva le será semejante, pues que tirandose desde el punto de distancia á los ángulos de la figura original los rayos visuales, podemos figurarnos en el caso propuesto una piramide que tiene por vertice el punto de distancia y por base la figura original. Pero si en una piramide que se corta por un plano paralelo á su base, resulta una seccion semejante á dha base (Geom.), se sigue que la figura perspectiva, siendo una seccion de la piramide causada por el cuadro lucido paralelo á la base original, debe ser semejante á la misma.

47. . . . Si la posicion de una perpendicular, estriba en un punto de la linea de tierra, su perspectiva se confundirá con la misma original y ambas formarán una misma linea; pero á proporcion que la perpendicular alzada sobre el plano geometrico se aparte de la linea de tierra, disminuye su perspectiva. Deducese la primera parte de cuanto se ha dicho en el numero 7, pues que si de dos puntos dados en el plano geometrico á diferentes distancias de la linea de tierra, aparece

mas alta la perspectiva de aquel que mas se aparta; es evidente que la perspectiva de la recta que se alce sobre este punto, deba comparecer mas alta que la perspectiva proveniente de la recta elevada sobre el mas inmediato.

La segunda proposicion se manifiesta clara y evidente por si misma. Efectivamente, supongamos las rectas alzadas CE, FG, iguales (fig.ª 20) el cuadro lucido TB, y el ojo, o punto de distancia D. Desde el punto D tirese paralela á CT la recta DA, la cual cortará al cuadro y á las rectas alzadas y prolongadas superiormente, en los puntos B, H, A. Tirense igualmente desde el punto D, á los estremos de las objetivas alzadas, los rayos visuales DE, DC, DG, DF que cortarán el cuadro en los puntos I, J, K, L; digo pues, que KL es mayor que IJ. Para demostrarlo, compararemos entre si los lados homólogos de la serie de triangulos semejantes que resultan de esta construccion y formaremos las proporciones siguientes . . . . .

Los triangulos EDC, e IDJ dan . . . . . EC:IJ::ED:ID.
Los triangulos ADE, y BDI dan . . . . ED:ID::AD:BD.
Los triangulos GDF y KDL dan GF = EC:KL::GD:KD.
Y finalmente los HDG y BDK – dan – – GD:KD::HD:BD.

Observando las dos primeras veremos que la segunda razon de la primera proporcion, forma la primera razon de la segunda, y que lo propio sucede en las dos segundas proporciones, por cuya convinacion, podremos reducirlas á las dos siguientes

EC : IJ :: AD : BD.

EC : KL :: HD : BD,

y como los extremos de ambas son iguales deduciremos tambien q. IJ : KL :: HD : AD de la cual sacamos por resultado, que siendo la distancia AD mayor que la HD, la perspectiva KL será tambien mayor que la IJ segun el principio sentado.

48. . . . He aqui como se esplica, que un corredor largo que tiene paralelas sus paredes y su techo, respecto al pavimento, comparecen á la vista del espectador convergentes hacia un punto, y cómo van estrechandose entre si mas y mas, segun la mayor distancia de q. se mira.

49. . . . Si la linea original alzada se supusiese insistir en un punto infinitamente distante de la linea de tierra, su perspectiva se veria enteramente sobre la linea horizontal,

pues que las lineas y los planos, segun convie=
nen los matemáticos, solo podrian encontrarse
á una distancia infinita; y por ser el plano
horizontal paralelo con el geometrico, se sigue,
que la estremidad inferior de dicha alzada, que se
halla en este plano geométrico, por su infinita dis=
tancia deberá hallarse donde se reunan ambos pla=
nos. Lo mismo ha de entenderse con respecto
á lo que se dijo anteriormente (n.º 7); pues q.e
si un punto perspectivo aparece tanto mas proc=
simo á la linea horizontal cuanto mayormente
dista el punto original colocado en el plano
geométrico respecto de la linea de tierra, se sigue
de tal hipótesis que, si la distancia entre el punto
original y la linea de tierra es infinita, la pers=
pectiva correspondiente á dho punto original sea
infinitamente procsima á la linea horizontal,
ó hallarse en ella misma.

50. . . . . Por cuya razon, teniendo que repre=
sentar objetos que aparezcan al estremo con=fin
de nuestra vista, como el alto mar visto de
lejos &.ª; conviene representarlos de modo, que
en su estension lleguen hasta la linea horizontal.

51. . . . . Uno de los principios mas útiles

para la practica de los alzados, es el enunciado en la advertencia (N.º 20), en virtud del cual cada plano paralelo al plano horizontal, puede considerarse como plano geométrico. Ygualmente se deduce que si las rectas descritas en varios planos paralelos al horizonte, son paralelas entre si, las direcciones perspectivas que les corresponde, concurren todas á un mismo punto de la linea horizontal; puesto que la recta que se tira desde el punto de distancia á la linea horizontal paralela á una de dichas originales, debe serlo tambien á todas las demas. (Geom.)

Asi se observa, que la proyeccion de un cubo cuya base apoya en el plano geométrico es tal, que los lados paralelos de la base, y los que en el cuadrado superior del mismo cubo les son paralelos, concurren todos á un mismo punto de la linea horizontal; y que la perspectiva de sus aristas ó angulos que son perpendiculares á la base, es igualmente perpendicular respecto á la linea de tierra (N.º 24)

52 - - - Si se colocan los tres planos geométrico, lucido y horizontal, ú otro cualquiera que sea paralelo á este, en una misma direccion, como

se dijo (nº. 21), las rectas perpendiculares del alzado, caerán en este caso sobre el plano q.e formen, en tal manera que siempre se mantendrán paralelas á sus perspectivas correspondientes (nº. 44) y por lo tanto, siendo las rectas del alzado perpendiculares al plano geométrico, caerán perpendicularmente sobre la linea de tierra (Geom.)

53. . . . De aqui se deduce el método práctico para la resolucion de los problemas relativos á los alzados. Echese la linea del alzado, sin mover su pié del punto en que se halla colocada en el plano geométrico, y esto sea de modo, que quede perpendicular con la linea de tierra. De la perspectiva del punto objetivo, alzandose una recta indefinida paralela á la del alzado (nº 52), se tendrá la direccion perspectiva de la original. Tirando luego desde el punto de distancia á la estremidad superior de la original (nº. 42) el rayo visual, este determinará sobre la direccion perspectiva, la perspectiva correspondiente á la original.

Sea pues la recta del alzado AB (fig 21), para hallar su perspectiva considerese echada, como aparece, perpendicularmente á la linea de tierra. Búsquese el punto C perspectiva del punto original A (n.º 26) Desde el punto C álcese la recta indefinida CE perpendicular á la linea de tierra, ó sea paralela á la del alzado AB. Desde el punto de distancia D al punto B, extremidad superior de la objetiva, tírese el rayo visual DB, el cual cortará en el punto F la recta indefinida, determinando en CF la perspectiva de la original AB

54. . . . Problema 1.º Dividir una recta perspectiva en partes proporcionales, á las divisiones de la recta del alzado original.

Resol. Sea AF la recta del alzado propuesto (fig.ª 22) dividida en las partes AB, BC, CE, EF, y sea su perspectiva correspondiente la GN, obtenida segun los principios establecidos (42. . . 53) Tírense desde el punto de distancia á cada uno de los puntos de division B.C, E los rayos visuales DB, DC, DE y éstos intersecando la recta perspectiva en H, I, M, la dividirán en igual numero de partes proporcionales á las de la original.

55. . . . Estas mismas partes GH, HI, IM, MN perspectivamente proporcionales á las partes

AB; BC, CE. EF, lo son tambien geometrica=
mente, pues que el triangulo ADF, del cual la
abrada original AF constituye la base siendo in=
tersecado por la linea perspectiva que le es geomé=
tricamente paralela, (Nº 44); es consiguiente que
quedará dividida mediante las rectas DB; DC, DE
tiradas desde el vertice D del triangulo ADF á
los puntos B, C, E, y que dicha recta GN, que
le es paralela quedará dividida en partes proporcionales á aque=
llas en que está dividida dicha base (Geom.)

56. . . . . Por lo tanto, siempre que la original
del abrado se halle dividida en partes iguales, se
fijarán facilmente sus correspondientes divisiones
perspectivas, cuando por el método propuesto se
haya determinado una de ellas, pues que tomada
por unidad de medida, podrá repetirse sobre la
recta perspectiva con el compas, lo cual escusa lineas
que ordinariamente sirven de embarazo á las de=
mas operaciones, y se consigue un ahorro de tiempo.

57. . . . . Cuanto se ha dicho en los numeros 54,
55 y 56, se verifica respecto á las rectas que
se elevan obliciamente sobre el plano geomé=
trico, pero que sean paralelas al cuadro.

58. . . . . Problema 2º. Hallar la pers=

pectiva de la AB (Fig. 23) elevada oblicuamente sobre el plano geometrico.

Resolucion. Desde el punto superior B de la oblicua alzada, bajese una perpendicular BC al plano geometrico; unanse los extremos inferiores C y A de estas dos rectas perpendicular y oblicua del alzado, por medio de la CA, prolongada hasta la linea de tierra. Fijese la direccion perspectiva de esta linea CA (n.º 27 y sig.s), y determinese la posicion correspondiente por medio de los rayos visuales CD, AD. El primero de estos dará el punto X perspectiva del punto original C, en el cual estriva la perpendicular geométrica BC, y de consiguiente se elevará sobre X su direccion perspectiva, por medio de una paralela a la CB (n.º 53), que cortada en Z por el rayo visual BD, determinará en ZX la perspectiva de BC. Y como la oblicua AB está apoyada en los extremos B y A de las rectas BC y CA cuya perspectiva hemos hallado en Y,Z, es claro que la recta que pase por ellos será la perspectiva de la oblicua objetiva AB.

59. Problema 3.º Poner en perspectiva una piramide cualquiera.

Resolucion: Sea la base de la piramide dada, el cuadro ABCE (fig.ª 24), su vertice N, y M el punto en que la perpendicular bajada de dicho vertice encuentra la base. Busquese la perspectiva de dicha base ABCE por los medios indicados (N.º 34), y se hallará en a b c-e, busquese igualmente la perspectiva del punto M (N.º 26), cuya posicion es m, y alcese desde éste punto una perpendicular indefinida, haciendola igual, perspectivamente con la altura dada MN que quedará determinada en n. Desde éste punto, que es la perspectiva del vertice original, tirense las rectas na, nb, nc, ne que representarán las aristas, y completarán la perspectiva de la piramide objetiva.

60. . . . . Para poner en perspectiva un cono, basta poner el circulo que le sirve de base, y determinar por el método anterior su altura perspectiva: luego desde dicha altura, que es el vertice del cono, tirando las rectas a los estremos mas distantes de su base, quedará representada su perspectiva, puesto que el cono, en rigor, no es otra cosa que una piramide basada sobre un poligono de infinitos lados.

61\.... Problema 4.º Poner en perspectiva un prisma recto cualquiera que sea su base. fig.ª 25

Resolución: Sea la base geometrica el triangulo ABC, y la altura la perpendicular AE. Determinese la perspectiva FGH (N.º 33) del dicho triangulo ABC, y colóquese la altura dada sobre el cuadro, en direccion perpendicular de la linea de tierra (N.º 53). De cada uno de los angulos perspectivos, elevese una perpendicular indefinida, y, observando que el ángulo perspectivo F se halla en la direccion del rayo visual AD, la arista indefinida que planta sobre este punto F se cortará asi mismo en I por el rayo visual ED. Obtenida la altura IF perspectiva de la AE, recordaremos (n.º 51) que por ser la base superior del prisma paralela á la inferior, el lado IJ, deberá concurrir al mismo punto del horizonte á que concurre el GF, y el lado JK á aquel á que se dirige el GH; por cuyo medio quedarán perspectivamente iguales todas las aristas; no habrá, pues, mas que tirar la IK, y con esta quedará completa la base superior, y toda la perspectiva del prisma requerido.

Corolario. La misma operacion se prac=

tica para poner en perspectiva un cilindro, ~~pues~~ pues que los dos circulos que forman sus bases son considerados como poligonos regulares, iguales y semejantes.

62. . . . . . Problema 5.º Poner en perspectiva varios prismas cuadrangulares iguales y semejantes uno sobre otro (Fig.ª 26).

Resolucion. Sean tres los prismas cuyas bases AG, BH, CI, se hallan talmente dispuestas que su conjunto forma un solo rectangulo AEIF (Geom.) y sea su altura EN. Queriendo poner estos prismas en perspectiva uno sobre otro, en tal conformidad que vengan á presentar el aspecto de una graderia, no habrá mas que hallar la perspectiva de las bases (n.os 34 y 35,) luego con la altura original EN (n.º 47) y la base perspectiva IK, completar el primer prisma perspectivo KJ (n.º 61). Doblese para el segundo la altura KO, hasta P (n.º 56) y con la segunda base LQ, determinese la perspectiva del segundo prisma. Hagase otro tanto respecto al tercero, comenzando por doblar la altura RS hasta T y se tendrá una serie de prismas que elevandose sucesivamente sobre su base, muestran el modo de representar una gradería en perspectiva.

63. . . . Problema 6.º Poner en perspectiva varios prismas triangulares iguales y semejantes uno sobre otro, de modo que representen una escalera espiral (fig.ª 27).

Resolucion: Sean los tres prismas iguales y semejantes expresados en el plano geométrico por los triangulos isosceles ABC, ACE, AEF, concurrentes con sus vertices en el punto A y á contacto en sus lados comunes AC, AE, y sea su altura BX. Determinese su planta perspectiva, y sobre cada uno de sus ángulos y del centro elevense otras tantas perpendiculares; busquense en el horizonte los puntos de concurrencia de sus bases y lados por lo menos los mas precisos, y procedase en lo demas conforme á las reglas anteriormente fijadas (61, 62) ayudandose en cuanto fuere necesario con el compas (n.º 51) para determinar, ya en el centro, ó bien en los angulos las alturas que respectivamente corresponden á cada prisma segun su diversa colocacion.

64. . . . Problema 7. Poner en perspectiva un prisma oblicuo de una altura dada

Resol. Sea ABCE, (fig.ª 28) la planta sobre que insiste el prisma dado, FGHI la proyeccion vertical de la superior y finalmente EE' la altura. Determinese la perspectiva de una y otra planta abce, fghi y á continuacion elevense las perpendiculares indefinidas sobre los ángulos perspectivos de la base inferior; cortense estas á la altura correspondiente por medio de la geometrica del alzado (nº 43) y completese de esta suerte el cuadro superior a'b'c'e'. Prolonguense luego los lados paralelos de este ea, cb, indefinidamente, y cortando estos lados y sus prolongaciones por las perpendiculares alzadas de los angulos de la proyeccion f, g, h, i, se obtendran los de la base superior f', g', h', i', desde los cuales tirando á sus respectivos inferiores las rectas obliquas de las aristas, quedará completado el prisma abcef'g'h'i', que se propone

65. . . . . Problema 8. Poner en perspectiva un cuadrado inclinado al plano geometrico, sobre el cual insiste por un lado. (fig. 29)

Resolucion. Sea dado el cuadrado ABCE, apoyado sobre el lado AB, y sea BF su inclinacion. Describase la proyeccion geometrica ABGH y busquese su perspectiva abgh. Sobre los puntos g h, elevense dos perpendiculares, y cortense per=

pectivamente iguales á la GF, o sea al espacio que media entre el plano geometrico y el lado del cuadrado opuesto al de su insistencia. Desde los puntos a, b, tirense las oblicuas ai, bf, que serán paralelas á la geometrica BF (nº 45) y tirese la directiva fi al punto visual que con la a.b completarán el cuadrado perspectivo inclinado.

La practica y el recuerdo de las nociones fundamentales que se dieron al principio, servirán para obtener el mismo resultado con menos lineas en todas las operaciones, pues que sin faltar á la exactitud pueden abreviarse mucho.

66. . . . . . Del mismo modo puede ponerse en perspectiva un cubo, que elevandose sobre el plano geometrico, solo se apoye por un lado; pero en este caso, conviene hallar la proyeccion geometrica de las dos bases superior é inferior.

67. . . . . . Problema 9. Poner en perspectiva un cuadrado elevado sobre el plano geometrico, en el cual se apoya unicamente por uno de sus angulos. (figura 30)

Resolucion. Sea ABCE el cuadrado geometrico y A su punto de apoyo. Suponiendo q. sus dos angulos B, E, se muevan paralelamente al plano geometrico, la proyeccion del angulo C caerá sobre la diagonal. CA, y si al elevarse describe un arco CF, la proyeccion vertical quedará determinada por el seno FG en el punto G. De la misma manera el punto L centro de las diagonales, describirá un arco LN, cuyo seno NM determinará en M el punto por donde debe pasar HI, que siendo igual y paralela a BE, será su proyeccion. Determinados así los extremos de las diagonales, lo estarán tambien sus lados y tendremos en AHGI la proyeccion horizontal del cuadrado ABCE propuesto. Por los medios descritos (Nº 33. 34) traslådese esta al cuadro y tendremos en a, h, g, i su perspectiva. Sobre los puntos P. O, que han servido para determinar los angulos h. i, elevense dos perpendiculares P.Q. OR iguales al seno MN, y sobre el punto J otra igual al seno FG. Igualmente elevense de los angulos h g i otras tantas perpendiculares indefinidas, cortando las opuestas h h' i i' por medio delas directivas perspectivas que se apoyan en Q y en R, y la g g' por la que se apoya en K. Haciendo pasar por estos puntos h' g' i' y por el punto a las a h', h g', g' i', i a, vendrá á obtenerse el

cuadrado perspectivo, apoyado en un solo punto se=
gun se ha propuesto.

68.... Para poner en perspectiva un cubo elevado sobre el plano geometrico, que solo apoye un angulo en el mismo conviene ademas del plano inferior proyectar el superior tambien sobre el plano geometrico, y proceder en lo demas como en el caso precedente

69.. Problema 30. Poner en perspectiva un arco de circulo en un plano vertical (fig.ª 31.)

Resolucion. Pueden darse dos casos, ó que el plano del arco sea paralelo al cuadro, ó que forme con este un angulo cualquiera. En el primer caso; la perspectiva del arco debe ser un arco de circulo, por= que siendo cónico el sistema de rayos visuales, el cuadro lucido que los corta paralelamente á la base del cono, no puede menos de reproducirlos en circulo (Geom) De aqui nace el método prac= tico de representar perspectivamente un arco de frente al espectador, poniendo su diametro en pers= pectiva con el que se describe geometricamente el arco, que será el pedido. Veasé fig.ª 31.

70...... Cuando el plano en que ha de describirse el arco se dirige en angulo al cuadro, entonces, la perspectiva no puede ser circular, por que en tal caso, el cuadro corta el sistema de rayos visuales oblicuamente á la base original, y por lo tanto (Geom. de las curbas) la seccion será eliptica. A consecuencia de este principio, deberia indagarse el arco eliptico correspondiente al original, pero como esta práctica se hace dificil y embarazosa, se sigue otra mas facil guiandose siempre por los principios ya conocidos para la practica de los alzados. Puesto que cualquiera figura circunscripta por una curba, puede concebirse como un sistema de rectas paralelas entre si, de las cuales cada una de ellas es de una cierta y determinada longitud, será facil poner en perspectiva la de un arco cualquiera verticalmente, y bajo cualquiera direccion respecto al cuadro, si dicha curba se divide en cierto numero de partes, y por los puntos de division se tiran rectas paralelas, segun la direccion perpendicular del plano geometrico. Determinando luego la perspectiva de estas paralelas, podrá hacerse pasar por sus estremidades una curba, y en ella tendremos la perspectiva del arco original.

Sucede algunas veces, que la direccion del plano secante respecto de las directivas no permite por su oblicuidad distinguir las comunes secciones con aquella claridad que ecsige la exactitud de las operaciones. En este caso no debe hacerse uso de los diferentes puntos de la curba geometrica si no servirse de puntos convinados sobre la recta á fin de obtener el mismo resultado. La citada figura 31 representa semicirculos de frente y cortado, con los diametros paralelos al plano geometrico, y consiguientemente las semicuerdas ó semiordenadas son elevadas perpendicularmente á dichos diametros.

71. . . . . El mismo método se practica para poner en perspectiva dos arcos que se cruzan. La figura 32 representa un sistema de seis arcos, de los cuales, dos son paralelos al cuadro, dos perpendiculares al mismo, y dos se cruzan diagonalmente. Estos ultimos se llaman arcos de crucera. La planta de estos arcos como se observa en la figura consiste en sus diametros, cuatro de los cuales forman rectangulo y los otros dos las diagonales del mismo.

72. . . . . Por la inspeccion de la propia figura 32 se deduce que la perspectiva de los lunetos resulta de la perspectiva de los arcos de crucera con los arcos de cortado.

73. . . . . Con la practica de poner en perspectiva

los arcos de frente se consigue la de poner una boveda arcuada ó de cañon seguido, pues tanto el uno como el otro sistema arquitectonico, no es otro q. una seguida de arcos circulares colocados unos tras otros á un mismo nivel.

74..... Concibase un paralelogramo rectángulo, y que sus lados mas cortos sirvan de diámetro á dos semicirculos; supóngase ademas que formando base uno de sus lados mayores le divida perpendicularmente por mitad una recta en dos partes iguales, y que haciéndole girar sobre esta perpendicular, complete una semirevolucion y tendremos, que mientras los semicirculos describen una curba, los lados mayores describirán dos superficies planas, dandonos asi la idea de un solido. Fijada esta idea podremos deducir facilmente el método práctico de poner en perspectiva un toro, el cual consiste en proyectar perspectivamente el circulo que sirve de base al toro, alzar varias perpendiculares de los diversos puntos de la curba, cortandolas á sus respectivas alturas (n.º 53) y sobre ellas ir describiéndo las perspectivas de sus correspondientes semicirculos segun las diferentes direcciones de los radios de la base (N.º 69 79) y finalmente haciendo pasar una curba, que abraz=

zando todos los semicírculos perspectivos en su mayor proyeccion, referente al punto de distancia, producirá la exacta representacion del toro propuesto.

75.... Poner en perspectiva una curba cualquiera sobre un plano, que no sea vertical con el geometrico.

Resolución. Dos casos presenta este problema, uno cuando el plano del arco sea paralelo al geometrico, y otro cuando deje de serlo ó sea inclinado al mismo.

En el caso en que sea paralelo, póngase en perspectiva el arco sobre el plano geometrico, y de cada uno de los diversos puntos de la curba perspectiva, alcense otras tantas perpendiculares perspectivas, que representen la altura de la distancia que media entre el plano geometrico y el propuesto (nº 53). Unanse luego las estremidades superiores de estas perpendiculares por una curba, y esta será la perspectiva de la propuesta.

76.... Cuando sea el plano del arco inclinado al plano geometrico, mediante á que las alturas del arco, respecto del dicho plano son distintas en cada uno de sus puntos, deberá primero determinarse la proyeccion geométrica del arco original (nº 67) hallar en seguida su perspectiva plana, y luego trasportarla verticalmte. al plano inclinado perspectivo.

77...... Adquirida la practica de poner las curbas en planos inclinados, viene á facilitarse el modo de poner en perspectiva un toro, puesto que esta moldura puede considerarse como una reunion de circulos con= centricos paralelos entre si, y colocados á diferentes alturas.

78...... Finalmente el método de poner en perspectiva los arcos verticales en cualquiera direccion, juntamente con el método de poner los arcos en planos paralelos al geometrico, suministra el de representar las esferas, cupulas, cascarones, nichos, vasos, cóncavos y convecsos tazas &a. Sin embargo, mas adelante se describirá el modo de poner las cupulas en perspectiva.

79...... Ocurre tal vez poner en perspectiva algun arco, para la construccion perspectiva de otros objetos, como su= cede cuando se quieren representar puertas, ventanas, ta pas de arca &a. que comparecen mas ó menos abiertos, pues estas partes arquitectónicas al abrirse describen arcos de circulos mas ó menos estensos, conforme á la mayor ó menor abertura que se quiere dar á dhos objetos; cuya operacion es imprescindible para determinar la propor= cionada estension y direccion de las partes movibles.

Fin de la segunda seccion.

Seccion III.

Parte primera

Método de operar en el Cuadro sin hacer uso del plano original.

Capº. I.

80... En esta primera parte de la tercera Seccion, se dará el método de poner en perspectiva los objetos que ecsisten en el plano geométrico ó en otro cualquiera que le sea paralelo sin hacer uso de la planta.

81.... El método que se dará, sustancialmente no es otro que el ya indicado en el nº. 15, es decir, el de servirse de aquella recta que debe tirarse desde el punto de la distancia hasta la linea horizontal, paralela á la original. De aqui en adelante llamaremos a esta recta paralela directriz por que ella es la que regula todas las operaciones que se hacen en el cuadro. Ygualmente á la estremidad de la misma que vá á intersecar la linea horizontal llamaremos punto de concurso por la razon de concurrir á él las direcciones perspectivas de todas

las rectas originales que son paralelas entre si (nº 19.)
A la otra extremidad llamaremos punto óptico para distinguirle del punto de distancia con quien se halla identificada en el cuadro y en el espacio, como tambien por el uso que tiene y que luego veremos.

82... Ante todas cosas, deberá atenderse cuidadosamente á situar la linea de distancia con la directriz segun lo exija el objeto original por su colocacion en un plano paralelo é inferior al plano horizontal ó bien superior á este, puesto que en el primer caso no cabe modificacion alguna sobre cuanto queda ya prefijado (nº 20). En cuanto al segundo caso, la sola variacion que deberá hacerse consiste en haber de tender el plano horizontal sobre la parte inferior y el plano original sobre la superior del cuadro; de modo que, la linea de distancia con la directriz, vá á caer debajo de la linea horizontal mientras que la recta original se halla superior á esta. De lo contrario si ambos planos se tendiesen sobre la parte superior del horizonte, tanto operando con la planta como sin ella, la directriz no resultaria paralela á la real como lo es en el espacio segun debe serlo (nº 14)

83... Para el completo desenlace de este método conviene considerar la directriz no solo como parte del plano horizontal, si es tambien como perteneciente al al secante, por ser comun seccion de uno y otro plano (nº 31). Con respecto al primero ya se ha tratado de ella y manifestado lo suficiente, pasemos pues á considerarla respecto al segundo. Conviene á tal efecto que dichos planos los concibamos de nuevo en su propia posicion, esto es, perpendiculares al cuadro y que el plano secante gire en derredor de la comun seccion que forma con el cuadro, de tal manera que arrastrando sobre los planos horizontal y geometrico, venga á conformarse con el cuadro. En esta revolucion, al paso que la recta original vá á apoyarse sobre la linea de interseccion (a), la directriz no puede menos de girar en sentido contrario hasta encontrarse sobre la linea horizontal, quedando de esta suerte trasportados los rayos visuales en el cuadro juntamente con el punto optico.

84.... Esto se conseguirá sin alteracion de ninguna especie, es decir que la recta original y su perspectiva

---

(a) Por linea de interseccion entiendo aquella que resulta de la comun seccion del plano original con el cuadro, la cual se ha llamado hasta aqui linea de tierra para el plano geometrico.

quedarán comprendidas entre los rayos visuales tras=
portados con el punto óptico sobre la linea horizontal,
como lo eran comprendidas por los mismos rayos di=
rigidos al mismo punto identificado con el de distan=
cia, tanto en el espacio como en el cuadro.

Esta verdad se comprueba con una misma de=
mostracion tanto en el ~~cuadro~~ espacio cuanto en el cua=
dro, pero sin embargo me limito á hacerla en este
ultimo unicamente por ser la mas ventajosa para
la practica. Sea pues **XT** (fig.ª 33) la linea de
interseccion, **SO** la linea horizontal, **DV** la linea
de distancia, **MN** la recta original, **DS** la di=
rectriz, **ST** la direccion perspectiva y las rectas
DM, DN los rayos visuales que intersecando la
linea de direccion **TS** comprenden la **QR**, pers=
pectiva de la original **MN** (N.º 30).
Ahora desde el punto de concurso **S** de la linea
horizontal tomese la parte **SO** igual á la directriz
DS: igualmente sobre la linea de interseccion y
desde el punto **T** donde concluye la prolongacion de
la linea original **MN**, tomense las porciones
TP, TX, iguales á **TM, TN**, y resultará
PX igual a **MN**. Hecho esto es claro que
SO y **PX** indican la directriz **DS** y la

original MN respecto á la posicion que ocupan sobre la linea horizontal y de interseccion mediante la supuesta revolucion del plano secante hecha en los terminos arriba expresados, pues que girando sobre los extremos TS de la direccion perspectiva, arrastra consigo la directriz y original, hasta dar con ellas en el cuadro lúcido, fijando la distancia en O y el extremo M de la original en X. Trasportados asi el punto optico y la original, si desde aquel tiramos á los extremos de esta las rectas OX, OP intersecarán la linea de direccion perspectiva en los puntos B, C, y digo que estos puntos coincidirán con los puntos optenidos por medio de los rayos visuales DM, DN. Con efecto por la semejanza de los triangulos TCP, SCO se tiene TC:CS::TP:SO::TN:SD, y por la semejanza de los triangulos TRN, SRD, se tiene TR:RS::TN:SD, y asi mismo se tendrá TC:CS::TR:RS, y componiendo TS:CS::TS:RS, de donde se sigue que estas dos razones iguales con el mismo antecedente son iguales tambien en sus consecuentes CS y RS, y que por tanto el punto C coincide con el punto R. De la misma manera se demuestra que el punto B + coincide con el punto Q, + y asi queda comprobado que puede obtenerse la misma perspectiva de la original MN haciendo uso del punto de distancia D, ó bien por medio del punto optico O.

85... Por lo dicho en los precedentes numeros (83 y 84) facilmente puede hallarse la directriz (b) sobre la horizontal, y consiguientemente el punto optico, aun en una perspectiva dada, cuando esta se estienda y desde el punto de concurso se tome sobre la linea horizontal, una porcion igual á la recta que une los dos puntos de concurso y de distancia, esta porcion será la directriz horizontal y el otro estremo de ella el punto optico. (c)

(b) Desde ahora la directriz que con la revolucion del plano secante fija su asiento sobre la linea horizontal, la llamáremos directriz horizontal.

(c) El mismo punto optico, no menos que el punto de concurso, puede hallarse con cualquier parte alicota de la linea de distancia. Si por ejemplo se quisiere con VX tercera parte de la linea de distancia DV (figura 31) hallar el punto optico, y aun el de concurso de la linea original HZ, se tirará XY paralela á la original HZ, y tendremos en YV la tercera parte de la distancia q.e media entre el punto de vista y el de concurso, por cuya razon repitiendo YV tres veces comenzando desde el punto V. hallaremos en C el punto de concurso; pues que por la semejanza de los triangulos DVC, XVY.

86. . . . . Pudiera suceder que el punto óptico coincidiese con el punto de vista, y esto se verificará cuando la recta original sea paralela á la línea de intersección, pᵗ. en razon que el punto de concurso se aleja del punto de

---

esto $DV:XV::VC:VY$, y como XV es la tercera parte dela linea de distancia DV, será tambien VY tercera parte de VC. Asimismo, si desde el punto Y, y con la distancia YX se forma el arco SX obtendremos en VS la tercera parte de la distancia que media entre el punto de vista y el punto óptico y por tanto repitiendo tres veces VS, hallaremos en O el referido punto óptico q. se buscaba; porque, por la semejanza de los mismos triangulos DVC, XVY se tiene $CD = CO = 3YX = 3YS = 3YV + 3VS$, pero como $3YV$ es igual á CV, será pues $CO = CV + 3VS$, ó bien $CO - CV = 3VS$, esto es $VO = 3VS$.

De donde se deduce en general que si VX es la parte n de VD será tambien la VY la n parte de VC, y VS la n parte de VO.

Cuando se forma un ángulo en el punto de distancia D, es con el objeto de hallar con las directrices qᵉ. le comprenden los dos puntos de concurso; pero si este mismo ángulo se forma en X, se obtendrá el mismo resultado mediante las operaciones que acabamos de demostrar.

distancia, el punto óptico que se halla á la otra estremidad de la directriz horizontal, se aproxima, al punto de vista; de suerte que, si el punto de concurso se aleja al infinito de la linea de distancia como debe suceder en el caso de que tratamos, así como suponemos que las paralelas se encuentran á una distancia infinita, del mismo modo se aproximará el punto optico infinitamente al punto de vista hasta llegar á confundirse en un solo punto.

Demas de esto, si imaginamos como en el numero 83, que el plano secante gire en derredor de la direccion perspectiva, que es tambien paralela, el punto optico seguirá en el espacio la direccion de la linea de distancia, é irá á coincidir con el punto de vista, mientras que la original se confundirá con la linea de interseccion y la directriz con la horizontal.

87. . . . Cuando la recta original sea perpendicular á la linea de interseccion, el punto optico coincidirá con el secundario (nº. 16, 17) (d.).

(d) El principio fijado, de que el punto secundario es el punto optico de las originales perpendiculares á la linea de interseccion, sirve para hallar la=

88... Por lo establecido en los numeros 83 y sig.tes será facil hallar la manera de fijar y conocer sobre la linea de interseccion la recta real de una perspectiva dada, pues para ello basta hallar el punto optico (n.º 85) y desde este tirar los rayos visuales á los estremos=

---

perspectiva de cualquier punto original. Si por ejemplo se quisiese poner el punto original X (figura 35) en perspectiva, bastará tirar desde el mismo una perpendicular á la linea de interseccion, y fijar sobre esta misma la porcion NY igual á XY, luego desde el punto de vista V tirar la VY direccion perspectiva de XY (n.º 16), y desde el punto N al pun= secundario S tirar la NS que intersecará la VY en el punto O.

Ahora este punto es la perspectiva del punto X siendo S el punto óptico de la recta NY=YX, y N el punto que representa el original X (n.º 83).
Con este método se puede igualmente poner en perspectiva cualquier recta, determinando los puntos perspectivos de sus estremidades del modo que se ha hecho para el punto X, pues que la recta que una dichos puntos perspectivos, debe necesariam.te espresar la direccion y dimension perspectiva de la original dada.

de la linea perspectiva estendiendoles hasta la linea de interseccion: la porcion interpuesta entre dichos rayos, será la dimension pedida de la original (nº 84)

89. . . . . Si ademas se quisiesen conocer las dimensiones efectivas de una perspectiva dada en el plano original, convendria usar entonces el mismo método perscrito anteriormente (nº 15, 82), pero de una manera inversa, esto es, comenzando por estender la perspectiva dada por ambos lados hasta encontrarse con la linea horizontal y de interseccion, luego por los puntos de concurso y de distancia tirar la directriz (nº 15, 82), y paralela á esta tirar desde el punto de contacto de la perspectiva con la linea de interseccion una recta, la cual indicará la direccion geometrica de la original. Para determinarla bastará tirar desde el punto de distancia los rayos visuales, haciendolos pasar por las estremidades perspectivas, hasta encontrarse con la dicha linea geometrica de direccion.

90. . . . . Queriendo poner en practica estos principios conviene conocer á que plano pertenezca la original de una perspectiva dada (digase lo propio de un punto), esto es, si á un plano para=

lelo superior ó inferior al plano horizontal. Fa=
cil es distinguirlo si se atiende á la parte en que se
halla representada, si en la inferior ó en la superior de
la linea horizontal, pues que, en el primer caso, perte=
necera la original al plano paralelo é inferior á la
horizontal; y en el segundo caso pertenecera al plano
paralelo y superior á dicho plano horizontal: por
la razon de que la linea horizontal es la linea de
concurso de todas las direcciónes perspectivas corres=
pondientes á las rectas originales que ecsisten en
planos paralelos, tanto superiores cuanto inferiores
al horizontal (nº 20). De aqui es que ninguna
perspectiva puede pasar la linea horizontal: lejos
de esto, jamas podrá llegar, á no ser que el ob=
jeto original se suponga hallarse á una distancia
infinita de la linea de interseccion (nº 9).

Problemas.

Estos principios son suficientes para la resolucion
de los problemas relativos á las plantas, sin hacer uso
del plano original.

91.... Problema 1º Dada la recta original
A (figura 36), la recta que indica la estension

de la misma original extendida hasta encontrarse con la linea de interseccion, la recta F para la distancia entre dicho punto de contacto y la vertical que pasa por el punto de vista, la recta X como cuerda del arco descrito con el intervalo E en derredor del punto de contacto y que termina en la linea de interseccion, hallar la directriz de dicha original.

Resolucion: Sobre la linea de interseccion, y desde el punto G en que termina la vertical q.e pasa por el punto de vista V; tómese BG igual á la recta F tómese sobre la misma linea de interseccion, la recta BS, igual á la recta E, SZ igual á la original A, con el centro en Z y el intervalo BZ describase el arco BN de la cuerda X (Geom), desde el punto Z al punto N tirese la recta NZ; desde el punto de distancia D tirese la DC, paralela á la recta NZ y digo, que DC es la directriz de la original A, colocada en su posicion real. Pues que si se tira sobre el plano original la BY paralela á la NZ, y por consiguiente á la DC (Geom.), y con el centro B é intervalo BZ se describa el arco ZY, q.e corta en Y la recta BY, será el arco YZ igual y semejante al arco BN (Geom.). de donde se sigue que la cuerda del arco YZ es igual á la cuerda del arco BN, ó sea á la recta X (Geom.); y por lo tanto BY á la direccion que tiene la recta real A en el plano original. Luego habiendose demostrado que la recta DC es paralela á BY se infiere que esta deba ser la directriz que se pedia (81).

92..... Si en lugar de la cuerda del arco YZ se hubiese dado el angulo LMK se hallaria la directriz DC haciendo en el punto de distancia P el angulo VDC de suplemento al angulo dado (e).

93..... Problema 2.º Dada la recta perspectiva EF (figura 37) y un punto perspectivo A fuera de esta, tirar desde el mismo una recta perspectivamente paralela á la dada.

Resolucion: Estiendase la recta dada EF hasta encontrar la horizontal en el punto B, desde este pun=

(e) Queriendo obrar conforme con la practica enseñada en la nota (d) n.º 87, conviene en tal caso conocer las distancias de las estremidades de la recta original tanto con respecto á la linea de interseccion, cuanto á la vertical q.e para p.r el punto distancia, y fijarlas sobre dha linea de interseccion.

to, al dado A tirese la recta AB, la cual es la que se pide; porque las perspectivas de las rectas originales que son paralelas entre si, tienen un mismo punto de concurso (n.º 81).

94 ..... Problema 3.º Dada la recta perspectiva NZ (figura 38) y la recta indeterminada MH, fijar sobre ella comenzando desde el punto M una parte que sea perspectivamente de una dada razon con la NZ.

Resolucion: Busquese el punto optico T de la recta NZ (n.º 85); desde el punto T tirense los rayos visuales TQ, TP, haciendoles pasar por los puntos N, Z y prolongandolos hasta la linea de interseccion en la que PQ resultará ser la dimension real de la perspectiva NZ (n.º 88). Ygualmente, busquese el punto optico S de la recta indeterminada MH; desde el punto S tirese al punto M el rayo visual SM estendiendole hasta encontrarse con la linea de interseccion en el punto O; sobre dichas linea y punto, tomese geometricamente la porcion OR igual á la razon propuesta, v.g. 3 : 4, respecto de la original PQ; y á continuacion desde el punto R al punto S tirese el rayo visual SR. el cual fijará sobre la indeterminada MH la porcion MX que será perspectivamente igual á la razon dada con la recta NZ. Porque siendo MX y ZN las perspectivas de las originales OR, PQ (nº 84) se sigue que estarán perspectivamente entre si en la misma razon que lo estan geometricamente las originales OR, PQ y como estas se hallan en una razon dada, en la misma razon se hallarán igualmente MX y NZ.

95. . . . . Problema 4º. En el punto S (figura 39) de la recta perspectiva SX hacer un angulo perspectivamente igual al original A.

Resolucion. Tirese la directriz DX; en el punto de distancia D y sobre el lado DX hagase un angulo geometrico XDK igual al angulo A. Desde el punto K al punto S tirese la KS; el angulo KSX es perspectivamente igual al angulo A, pues qe el angulo S es la perspectiva del angulo original, cuyos lados tienen por directrices las rectas DK, DX (nos 15 y 85; y por lo tanto será perspectiva del angulo KDX en razon de que el angulo comprendido por las directrices es siempre igual al original en virtud del paralelismo de sus lados (Geometria); mas como el angulo KDX se ha hecho igual al angulo dado A, se sigue, que el angulo S, es el perspectivo de A.

96. . . . . Problema 5.º Dado un ángulo perspectivo A CB (Fig.ª 40) incluir otro formado sobre uno de sus lados que se halle con el conteniente en una razon dada v.g. como en la de 1:3.

Resolucion: Tirense las directrices DA, DB; en el punto D y sobre el lado AD, hagase un ángulo geometrico ADX que sea la tercera parte del angulo ADB. Desde el punto X al punto C tirese la recta CX, y tendremos que el angulo perspectivo ACX es un tercio del ángulo perspectivo ACB; pues que siendo ambos perspectivos de los dos angulos ADX, ADB, es claro que si el ángulo ADX es un tercio del ángulo ADB, el ángulo ACX sera perspectivamente un tercio del del ángulo ACB.

97. . . . . Problema 6.º Dividir la perspectiva CN (Fig.ª 41) en un numero cualquiera de partes.

Resolución: Búsquese el punto optico O de la recta CN, desde el cual tirense á la linea de interseccion los rayos visuales OF, OL haciendolos pasar por las estremidades C, N de la recta CN; y se obtendrá con esto la dimension real FL (N.º 88)

Divídase esta geometricamente en aquel numero de partes en que quiera dividirse perspectivamente la recta CN, v.g. en las cuatro partes FG, GH, HK, KL; y desde el punto óptico O á los puntos G, H, K tirense los rayos visuales OG, OH, OK, los cuales intersecaran la recta CN en las partes CE, EK, XZ, ZN; y como estas son perspectivas de las partes FG, GH, HK, KL (nº. 84 estarán entre si como dichas originales.

98. . . . . Problema 7º. Quitar á la recta CN (figª 41) una porcion perspectiva, cuya original sea FG.

La resolucion precedente satisface á la presente cuestion

99. . . . . Problema 8º Añadir perspectivamente á la recta CE (Figª. 41) una porcion tal que su original sea igual á GL.

Depende así mismo la solucion de este problema de la dada en el nº. 97

100. . . . . Problema 9: Hacer un paralelógramo sobre la recta perspectiva CG (Figª. 42), con la cual, el lado contiguo sea de una razon dada, y que comprendan un ángulo perspectivamente igual á un ángulo original.

Resolucion: Extiéndase la recta CG hasta encontrar la linea horizontal en el punto A. Desde el punto A tirese la directriz AD, con la cual hagase en el punto D el angulo ADB igual al dado orijinal. Desde el punto G al punto B tirese la recta GB, y tomese sobre la misma, la parte GF, que tenga respecto de la CG la razon pedida (n.º 94.). Desde el punto F al punto A, y desde el punto C al punto B, tirense las rectas FA, CB, que se intersecarán en E; y tendremos en CE FG el paralelógramo pedido; puesto que las rectas CG, EF teniendo el mismo punto de concurso A son paralelas entre si (n.os 19, 84); igualmente lo son las rectas CE, GF: el angulo CGE es ademas igual al angulo ADB y de consiguiente al original, por la razon dicha al num.º 95, y finalmente la recta GF se ha hecho igual á la razon dada con CG, se infiere claramente de tales razones que el paralelógramo CEFG, tiene las condiciones pedidas.

101. . . . . Problema 10. Sobre una recta perspectiva dada AB (Figura 43) describir

perspectivamente un poligono regular v.g. un pentagono.

Resolucion. Continúese la recta AB hasta la linea horizontal en F; desde el punto F tirese la directriz FD; hagase en el punto D el angulo FDI geometricamente igual al angulo del pentágono; desde el punto I al punto A tirese la recta AI que formará con la AB el ángulo BAE perspectivamente igual al ángulo FDI por la razon explicada (n.º 95). Córtese sobre la recta AI la porcion AE perspectivamente igual á la AB (n.º 94). En el punto D y sobre el lado DI formese un angulo IDG geometricamente igual al suplemento del angulo pentagonal; desde el punto G al punto E tirese la GE, y como de aqui resulta el angulo GEI perspectivamente igual al suplemento de el ángulo del pentágono (n.º 95), se sigue que el ángulo AEG será perspectivamente igual al ángulo del pentagono; cortese sobre la recta EG la porcion EX perspectivamente igual á AE (n.º 94) Ygual=

mente en otro punto D, y sobre el lado DF, hágase el ángulo FDH geometricamente igual al suplemento del ángulo pentagonal, y desde el punto H al punto B tírese la HB; y como el angulo FBH segun se ha notado antes, es perspectivamente igual al suplemento del ángulo pentagonal (nº 95), será así mismo el angulo ABH perspectivamente igual al ángulo del pentagono. Tomese sobre la BH la porcion BC perspectivamente igual a AB (n.º 94) y desde el punto C al punto X tirese la recta CX con lo que se completará la figura ABCXE, y esta será la perspectiva del pentagono regular que se pide.

102. . . . . . Si Sobre la recta AB (Figª 43) se hubiese querido hacer un pentagono irregular, era preciso conocer cada uno de sus angulos y de sus lados, y teniendo en vista los principios indicados (nº 94, 95), proceder en lo demas conforme al numero precedente.

103. . . . . . Problema 11. Dado sobre la linea de interseccion el lado AB (Figura 44)

de un cuadrado original, hallar su perspectiva.

Resolucion: la linea de interseccion se halla sobre el horizonte, y sobre sus estremos A, B, insisten perpendicularmente los lados contiguos opuestos del cuadrado propuesto, cuyas direcciones perspectivas concurren al punto visual V (nº 16). A estos mismos puntos convienen tambien las diagonales, cuyas direcciones concurren á los puntos secundarios S, Z (nº 17). Cada una de las cuales, intersecando las direcciones perpendiculares, determinan en C, E los estremos de los lados que representan. No queda pues otro, para completar la operacion, sino unirlos con la recta CE, la cual corresponde al cuarto lado del cuadrado, representado segun se pedia en ABCE.

104. . . . . Problema 12: Describir perspectivamente un circulo, del cual sea dado, en la linea de interseccion, el diametro AB (Fig.ª 45).

El diametro dado se halla tambien sobre el horizonte siendo sus estremos A, B; formese con el un cuadrado perspectivo ABCE como en el caso anterior, y considerando la comun interseccion G de sus diagonales como centro del circulo inscripto, haciendo pasar por ella dos rectas, una FH con direccion al punto de vista V, y otra IK paralela á AB, tendremos dos diametros ortogonales, con cuyos estremos habremos fijado cuatro puntos de la curba, tangentes al cuadrado (Geom.). Queriendo fijar otros cuatro, bastará tomar desde el centro G á uno y otro lado de cada diagonal, una parte GL, GM, GN, GO perspectivamente igual á GK (n.º 94), y haciendo pasar por los ocho F, M, I, N, H, O, K, L una curba esta será la perspectiva del circulo correspondiente al diametro propuesto (f)

105. . . . : Problema 13, Dado el diametro perspectivo AB. (Fig.ª 46) hallar el circulo perspectivo.

Resolucion: En el supuesto de ser AB paralela al horizonte, el punto óptico coincidirá con el visual V (86), por lo que los rayos visuales que pasen por los estremos del diametro siendo direcciones perspectivamente perpendiculares al mismo, serán asi mismo sus tangentes. Por el mismo supuesto el medio geo=

metrico de dho diametro será el centro perspectivo del circulo. Ahora si por medio de los puntos secundarios hacemos pasar dos rectas, estas intersecarán las dichas tangentes en K, L, M, N determinando al propio tiempo los lados del cuadrado circunscripto en cuyos medios tendremos cuatro puntos de la curba. Determinense á continuacion otros cuatro puntos (nº. 94) y tendremos en los ocho puntos A, H, C, G, B, F, E, I por donde conducir la curba del circulo cuyo diametro se ha propuesto. (f

---

(f) Estos mismos radios GL, GM, GN, GO, (Figura 45) se pueden obtener tirando desde los puntos P, Q correspondientes al lado del cuadrado inscripto, las direcciones al punto de vista PV, QV, puesto que al intersecar estas á las diagonales del cuadrado circunscripto L, M, N, O, determinan los angulos del cuadrado inscripto que son comunes á la circunferencia del circulo.

Para fijar dichos puntos P, Q, describase sobre el diametro AB un semicirculo, dividase por mitad en dos cuadrantes AR, RB y estos por mitad en S, T; trasportense estos puntos medios perpendicu=

larmente al diámetro AB, y tendremos en P, Q el lado del cuadrado inscripto (Geom). Lo mismo se obtendria, si tomando la cuerda de uno de los cuadrantes pusiésemos una mitad á cada lado del punto F, medio del diámetro AB.

Fin de la 1.ª parte.

Capitulo II.

106\. . . . Con el fin de no recurrir al plano original para la perspectiva de los alzados pudiendose valer de un medio mas directo, conviene exponer ademas de los principios ya establecidos, el siguiente que equivale á servirse del punto optico en lugar del punto de distancia.

Y en efecto: dada la recta alzada original EC (Figura 47), búsquese en la linea de interseccion el punto A correspondiente al punto C, y con este el punto optico O (nº. 87, notá d). Desde el punto A álcese perpendicular á dha linea de interseccion, la recta indefinida AR, sobre la cual tomese la parte AB igual a EC; determinese en S la perspectiva del punto C (nº. 26), tirando desde el punto Y en que se encuentra la recta original echada sobre el plano lucido con la linea de interseccion al punto V, la direccion YV; igualmente desde el punto C al de distancia D, tirese el rayo visual CD. El punto S, asi como es perspectiva del punto C colocado en el plano original, lo es tambien del mismo punto C trasportado en A sobre la linea de interseccion (n.º 84) II Desde el punto S álcese la recta indefinida SN paralela á la original alzada CE (n.º 44), tirando luego desde el punto E al de distancia D el rayo visual ED, se obtiene la perspectiva SZ de la original CE (n.º 53). Ahora si desde el punto optico O se tira á la extremidad B de la alzada original AB el rayo visual OB, el cual corta la recta SN en el punto H, demostraré q.e el punto H produce el mismo resultado, por coincidir exactamente con el punto Z. Hagamos comparacion de los dos triangulos YSC, VSD semejantes entre si, con los otros dos ASY, OSV, se tendrá SY:SV::SA:SO::SC:SD, y componiendo sera AO:SO::CD:SD; y por la semejanza de los triangulos AOB, HOS, y de los EDC, ZDS sera AB:SH::EC:SZ, por lo que EC=AB:SH::EC:SZ, luego si AB es igual á EC lo serán tambien SH=SZ, siendo el punto H uno mismo con el punto Z.

107\. . . . . . Conviene alguna vez hallar una recta igual á la perspectiva de una alzada original dada, y luego trasportarla al punto sobre el cual quiere erigirse la perspectiva. En éste caso, la alzada puede colocàrse arbitrariamente en cualquier punto de la linea de interseccion, y en vez del punto optico tomar otro que mas convenga sobre la linea horizontal. Sea dado por ejemplo el punto perspectivo F (Fig.ª 48), al cualsequiere aplicar la perspectiva de una original dada, sirviendose en lugar del punto óptico del punto A, tomando tambien arbitrariamente para este efecto el punto D sobre la linea de interseccion, como base de la perpendicular DE, igual con la geometrica dada por alzado. Tirense desde el punto A á las estremidades D, E de la recta DE, las rectas AD, AE. Desde el punto F tirese una recta FI paralela á la linea de interseccion hasta encontrarse con la AD en el punto I. Tirese desde el punto I otra recta paralela á la DE, la qual, encontrandose con la AE, determinará con su comun seccion la altura IH que compete á la perspectiva inquirida. Para prueba de ello, busquese por el método prescripto en el numero anterior, la perspectiva de la alzada original correspondiente al punto perspectivo F; á este fin se fijará primeramente el punto optico

O (n.º 87. nota d) tirando desde este al pun=to F la recta OF, estendiendola hasta la linea de intersección y punto C, que es el de la verda=dera posición de la alzada original CB (n.º 106). Elévese á continuacion desde el punto F la per=pendicular indefinida FK, y desde el punto B al punto O, tirese el rayo visual BO, que corta sobre la perpendicular indefinida FK la porcion FG perspectiva de CB (n.º 106). Ahora, sien=do la figura NIFX y la figura DYZC, dos paralelogramos, la recta NI es igual á XF y la DY á CZ. Asi mismo por la semejanza de los triangulos COZ, FOX y de los triangu=los DAY, IAN y de los COB, FOG será . . .

$CZ : FX :: CO : FO$ y tambien . . .

$CB : FG :: CO : FO$, luego . . . . .

$DY = CZ : IN = FX :: CO : FO$, mas por la semejanza de los triangulos EAD, HAI se tiene $DY : IN :: DE : IH$ y por tanto $CB = DE : IH :: CB : FG$ de donde re=sulta $IH = FG$.

108. . . . De lo dicho se sigue que, dado un punto perspectivo F, puede hallarse sobre el mismo la

perspectiva de una alzada original **DE**, puesta sobre cualquier punto **D** de la linea de interseccion. Sentado este principio se hace facil la resolucion de los problemas relativos á los alzados ó rectas alzadas que se consideran colocadas sobre la linea de interseccion.

509\. . . . . Problema 8.º Poner en perspectiva cualquier numero de figuras de igual altura en diversos puntos perspectivos dados.

Resolucion: Sea **AB** (Fig.ª 49) la designada altura comun, cuya perspectiva debe insistir sobre los diversos puntos perspectivos **K, L, M**. Tomese un punto cualquiera en la linea horizontal, y este sea **O**. Desde este tirense á las extremidades **AB** de la alzada **AB**, las rectas **OA, OB**. Desde los puntos **K, L, M** tirense rectas paralelas á la linea de interseccion, hasta encontrar á la **OA** en los puntos **C, E, G**, y de estos, otras tantas paralelas á la original **AB**, hasta intersecar la **OB** en los puntos **D, F, H**. Ahora, desde los puntos perspectivos **K, L, M** tirense indefinidamente las rectas paralelas á dicha original **AB**, las cuales intersecadas por las paralelas tiradas

desde los puntos D, F, H á la linea de inter-
seccion, determinarán las alturas KN, LP,
MQ, perspectivamente iguales á la original
AB, sobre los diversos puntos perspectivos da-
dos (n.º 107)

110. . . . . Problema 2. Dada la perspectiva
SZ (Fig.ª 47) hallar la alzada original,
tanto sobre la linea de interseccion cuanto ~~encun-~~
~~ta~~ en el plano original.

Resolucion: Para hallar sobre la linea
de interseccion la original de la perspectiva SZ,
hallese primeramente el punto optico O del
punto perspectivo S (n.º 87 nota d). Desde el
punto O tirese al punto S la recta OS pro-
longada hasta la linea de interseccion en el
punto A, y desde este tirese la indefinida
AR paralela á la SZ (n.º 44. Desde
el mismo punto optico O, tirese al punto
Z la recta OZ continuada hasta encontrar
en B la recta AR; y tendremos en AB la
alzada original que se pedia segun queda de-
mostrado en el n.º 106.

Adviertase que cuando no haya pre-

cision de colocar la alzada original en su po=
sicion real sobre la linea de interseccion, bastará
tomar en lugar del punto optico otro cualquier
punto de la linea horizontal.

Pero cuando se quiera hallar la alza=
da real, de la misma perspectiva SZ sobre el
plano original, en su verdadera posicion, se
debe ante todas cosas hallar el punto objetivo del
perspectivo S, el cual se obtiene operando inversa=
mente á lo prescripto en el nº. 26; esto es, ti=
rando desde el punto de vista V al punto S
la recta VS, la cual estendida hasta la li=
nea de interseccion en Y, y desde este bajada
una perpendicular indefinida, podra esta in=
terseccarse en el punto C mediante el rayo vi=
sual DC, que desde el punto de distancia
D pasa por el perspectivo S, sobre el cual debe
insistir la original. Deberá pues alzarse
desde este punto C una recta indefinida para=
lela á la perspectiva dada SN (nº. 44),
que por medio del rayo visual DE que par=
te del punto D y pasa por el estremo Z de la
perspectiva SN fijará en E la altura exac=
ta que corresponde á la original CE fijada

segun se pedia sobre su verdadera posicion en el plano original en virtud de cuanto ya se dijo (n.º 53)

111. . . . . . Problema 3.º A un punto perspectivo dado Z (Fig.ª 50, proyectar una altura que esté en una razon dada con la altura perspectiva YR.

Resolucion: Hallese sobre la linea de interseccion, la alzada original AC con un punto cualquiera O (n.º 110, adver) y ésta cortese en la razon dada de BC : CA.

Desde el punto B, tirese la recta OB, la cual cortará á la recta perspectiva RY en el punto S, segun la razon espresada. A continuacion tirese desde el punto Z la recta ZN paralela á la linea de interseccion, hasta encontrarse con la OC en el punto N; desde este punto álcese la NE paralela á la CA, y córtese en E mediante la recta OB. Alcese finalmente desde el punto perspectivo Z una recta ZX paralela é igual á la NE. Ahora la recta XZ es la perspectiva de la alzada ori=

ginal BC, no menos que de la recta SY (nº 109), por lo tanto se halla perspectivamente en la misma razon con la recta YR, que la parte SY de dha recta YR.

112. .... Problema 4º. Dividir la recta perspectiva YR (Figura 50) en una razon dada.

Resolucion. Para conseguirlo basta hallar la original AC de la perspectiva dada (nº 110) y dividirla en la razon dada CB : BA. Luego desde el punto de division B, tirando al punto O la recta BO, cortará la perspectiva RY en el punto S. Las porciones RS, SY estan entre sí perspectivamente como lo estan geometricamente AB : BC.

113. ... Problema 5º. Aumentar la recta perspectiva SY (figura 50) una parte dada.

Resolucion. Hallese la original CB de la perspectiva YS (nº 110) y añadase á esta la porcion BA. Desde el punto A al punto O tirese la AO, y estiendase la recta YS hasta que se encuentre con dicha AO en el punto R; la recta SR será la porcion perspectiva que se pedia por ser la perspectiva de AB.

114\. . . . . De la misma manera puede disminuirse la recta perspectiva RY de una porcion cualesquiera.

115\. . . . . . Problema 6.º Construir sobre una recta perspectiva AB (Figura 51) un prisma recto, cuya base sea un paralelogramo.

Resolucion. Sobre la recta perspectiva AB describase el paralelogramo ABDE conforme á las reglas prescritas en el n.º 100, ya respecto al valor del angulo BAE, como con referencia á la razon que debe mediar entre el lado BA y el lado AE. Desde los angulos A, B, D, E elevense otras tantas rectas indefinidas AY, BZ, DX, EH. Cortese la A en la razon dada respecto del lado AB; y desde el punto Y á los puntos de concurso C, F, tirense las rectas YC, YF (n.º 51) que cortarán en ZH las rectas BZ, EH. Desde el punto H al punto de concurso C tirese la recta HC (n.º 19, 51). que cortará en X la recta DX. Desde el punto X al punto Z tirese la recta XZ y el solido ABDEYZXH es el pris=

ma perspectivo que se pedia.

156. . . . . Si se dá la altura del prisma en vez del lado de la base, la operacion es la misma.

157. . . . . Y tambien se practica la misma operacion para poner en perspectiva las traves de los techos.

158. . . . . Problema 7.º Dada la curba vertical original YPZ (fig.ª 52), cuya altura sea XZ y la base XY insistente sobre la linea de intersección no menos que la direccion perspectiva XC de dicha base, hallar la perspectiva de dicha curba.

Resolucion: Hallese el punto optico O (n.º 85) desde el cual tirandose al punto Y el rayo visual OY, cortará sobre la direccion perspectiva CX, la porcion SX perspectiva de XY (n.º 84), cortese la curba en los puntos G, P, Q, desde los cuales tirense las rectas paralelas GF, PK, QH, a la YX. Desde los puntos F, K, H al punto de concurso C tirense las rectas FC, KC, HC. Asimismo desde el punto optico O a los puntos G, P, Q tirense los rayos visuales OG, OP, OQ

que cortarán las rectas tiradas al punto de concur=
so C en los puntos R,M,N. Estos puntos perte=
necen al arco pedido de suerte que conduciendo p.r
ellos y por los Z,S una curba con soltura y
maestria quedará representada la perspectiva.
Pues que FR es la perspectiva de FG. KM
lo es de KP y HN de HQ (n.º 84) asi co=
mo XS hemos probado serlo de XY siendo
las rectas originales FG, KP, HQ, otras tan=
tas lineas de interseccion, y de estas las direccio=
nes perspectivas las FC, KC, HC. (n.º 81)

119. . . . . Este mismo metodo se emplea para
proyectar arcos enteros como el arco EHK
(Fig.ª 53), con tal que desde el punto Y en
que se encuentra su direccion perspectiva
CY con la linea de interseccion EY, se ele=
ve perpendicular á esta la recta YB; y des=
de los puntos XAB donde terminan las
paralelas, se tiren desde ellas las direcciones
perspectivas BC, AC, XC al punto de con=
curso C, haciendo en lo restante como en
el numero precedente. Por la inspeccion
de la figura se concibe cuan facil sea con este

metodo poner en perspectiva una serie de arcos.

120. . . . La precedente operacion (nº 118), puede servir de regla general como uno de los medios para poner en perspectiva cualquier perfil arquitectonico. Mas al tratarse de cuerpos cilindricos, ya sean concavos ó convecsos, proyectantes por si mismos ó por las molduras adornos cornisas & ecsigen algun mecanismo en las diferentes combinaciones q.e se ofrecen, respecto á la posicion de los objetos, á los planos en que estriban, á la direccion de los rayos visuales, centro del cuadro, ó puntos de concurso, de distancia y otros, por lo que es preciso recurrir á reglas particulares para cada caso; y siendo estos muchos y muy variados, combiene ecsaminarlos separadamente, lo cual haremos quizá en una seguida de reglas practicas, apoyadas siempre en los principios prefijados. Sin embargo, para probar la generalidad de estos principios, concluiremos esta seccion con la construccion de una cupula emisferica artesonada.

125. . . . . . Problema 8.º Dado el diametro perspectivo de una cupula emisferica decorada de casetones cuadrangulares sobre la linea de interseccion, y determinada su planta y alzado geometricos, hallar su perspectiva (Fig.ª 54)

Sea XZ la linea de interseccion y AB el diametro perspectivo de la cupula en su arranque. Formese la planta perspectiva AG conforme al reparto geometrico BCE (n.º 104) y tracese conforme á esta y su perfil AF todo el alzado geometrico EFA. Fijense sobre la horizontal, los puntos de concurso de los diferentes diametros de dicha planta, y dirigiendo por estos á las divisiones a, b, c, d, e, f del eje de la cupula, otros tantos radios paralelamente perspectivos, se intersecaran por medio del punto visual, apoyandose en los angulos de los casetones geometricos q.e verticalmente les corresponda, y se obtendran los del perfil ó arista del cortolon escenogra=

fico que insiste sobre el propio radio; como los a'b'c'd'e'f', que provienen delos a"b"c"d"e"f" cuya arista se apoya en el radio EH (nº 118)

Para suplir los demas puntos pertenecientes á los perfiles que se hallan sobre los diametros perspectivos, cuyos puntos de direccion no es facil, ni aun posible, fijar en el horizonte pasando mas allá del punto secundario, conviene recurrir á otro arbitrio. Alcese para esto una perpendicular indefinida de cada uno delos angulos dela planta perspectiva, como la mn y alcese tambien sobre la linea de interseccion su correspondiente geometrica rs (nº 105) igual al eje dela cupula EF con todas sus divisiones a b c d e f; y estas mismas, trasportense á la perpendicular indefinida, alzada desde el ángulo dela planta perspectiva, por medio del punto visual, y las rectas que desde estas divisiones se tiren á las del eje dela cupula, equivalen á las delos puntos de concurso, que no pueden determinarse, y por consiguiente, intersecadas con las que en direccion del punto visual parten de cada uno delos ángulos de los casetones del alzado, completarán el numero de todos los angulos de los casetones perspectivos, sobre las aristas de sus respectivos costolones.

Obtenidos de esta suerte todos los angulos de los casetones perspectivos, tracense por los correspondientes á cada seccion horizontal las curbas concentricas perspectivamente paralelas, las cuales determinarán las aristas de los costolones planos, y quedará representada la total escenografia, por lo que respeta á la superficie interior de la cupula.

Para dar á estos el grueso, ó llámese fondo á los casetones, se procederá analogamente, fijando en el alzado los angulos internos que dirigiendose al centro E de la cupula, se determinan sobre las paralelas que pasan por los angulos correspondientes del perfil.

Yguálmente apoyandose tambien en el mismo centro E se tiraran indefinidamente las aristas ó rincones que forman los costolones planos con los verticales, detterminando su fondo por medio del es=

tableado en el alzado geometrico y del centro del cuadro, con que podran conducirse las aristas ó angulos interiores, paralelos á los dela superficie emisferica escenografica.

Las mismas operaciones deberán practicarse para trazar los demas casetones duples ó triples, esto es, deberán fijarse sobre el alzado geometrico, determinando los puntos de concurso delos respectivos diametros, marcar las nuevas divisiones en el eje dela cupula, y servirse delas perpendiculares proporcionalmente divididas delos perfiles, cuando falten los puntos de concurso, y finalmente apoyarse en el punto visual para las intersecciones delos radios paralelos &c, mediante las cuales operaciones, quedará completada la ~~e~~ escenografia delos lacunares cuadrados de la cúpula emisferica.

Seccion III.

Parte Segunda

Perspectiva de los objetos ecsistentes en los planos inclinados.

122\. . . . Se han considerado hasta el presente dos planos á nivel paralelos entre si, y per=
pendiculares al cuadro, uno inferior llamado plano geometrico, y otro superior colocado á la altura del ojo, llamado plano horizontal. Los objetos que se proyectaban, se han supuesto colocados en la primera y segunda seccion, so=
bre el plano geometrico, y en la primera parte de esta seccion se han considerado ademas en otros planos paralelos, tanto superiores cuanto inferiores al horizontal. Nos falta considerar ahora los objetos en planos diversamente incli=
nados respecto al horizontal, y consiguientem.te al geometrico. Para distinguir estos planos inclinados de los anteriores, cuyas funciones

ejercen, los llamaremos planos originales accidentales.

123.... El método que se ha observado para poner en perspectiva los objetos insistentes en el plano geometrico ó en otro cualquiera paralelo á este, deberá continuarse para poner los objetos colocados en planos originales accidentales. Debemos para esto suponer siempre un plano que pasa por el ojo del espectador, perpendicular al cuadro y en un perfecto paralelismo con el plano original accidental; y para no cargar la memoria con nuevos nombres, llamaremos á este plano, *plano del horizonte accidental*. Por esta misma razon designaremos con el nombre de *linea de interseccion accidental* á la comun seccion del *plano original accidental* con el cuadro, y con el de *linea del horizonte accidental* á la comun seccion del plano horizontal con dicho cuadro.

124.... Supongamos que pase tambien por el ojo otro plano igualmente perpendicular al cuadro, y al propio tiempo al plano horizontal accidental, en cuya consecuencia, la comun inter=

seccion coincidirá con la linea de distancia (Geom.) á la cual denominaremos linea de distancia accidental. A la comun seccion q.e resulta entre este mismo plano y el cuadro, se llamará distancia de la linea horizontal accidental de el centro del cuadro, ó bién linea de los centros; y finalmente al punto en que termina la linea de distancia accidental sobre la linea horizontal accidental, se le dirá centro de la linea horizontal accidental.

125\. . . . . En la suposicion convenida, de que, un plano pasando por la linea de distancia del cuadro, corte á este cuadro y al plano horizontal accidental en angulos rectos, se deduce por los geometras. . 1.º que, las dos primeras secciones, esto es, la linea de distancia accidental y la distancia de los centros caen perpendicularmente sobre la linea horizontal accidental; 2.º que, la linea de distancia es igual á la linea de distancia del cuadro, cuando la linea horizontal accidental pasa por el centro del cuadro, y no pasando por él, dicha linea de distancia accidental es la hipotenusa del triangulo rectangulo, ~~del cual un lado~~ del cual un lado es la linea de distancia del cuadro, y el otro lado ó cateto es la distancia de los centros.

126. . . . . . Se debe concebir como se ha practicado en la primera seccion que pasa por el ojo un plano secante que va á terminar con un estremo en el plano original accidental á lo largo de la recta ó arista objetiva ecsistente en dicho plano, y con otro en el plano horizontal accidental. Este plano cortará al ~~al~~ cuadro, y la comun seccion indicará la direccion perspectiva de la recta dada. Esta misma comun seccion del plano secante con el plano horizontal accidental, será paralela á la mencionada recta, que de consiguiente será su directriz accidental. Luego es facil deducir, que los mismos principios y operaciones establecidas para la proyeccion de los objetos ecsistentes en el plano geometrico ó paralelo al mismo, rigen igualmente para la determinacion perspectiva de los objetos ecsistentes en planos accidentales. Asi pues el mismo método con que se han fijado el punto de concurso y el punto optico al tratar de los planos geometricos se observará al fijarlos tratandose de los planos

accidentales.

127\. . . . Para la practica de las operaciones sobre planos accidentales, conviene poner en la misma direccion del cuadro, los dos planos original y horizontal accidental, haciendoles jirar en direccion opuesta ~~en~~ ~~[illegible]~~ de la respectiva comun seccion con el cuadro; esto es, el primero sirviendo de eje la linea de interseccion accidental, y el segundo en derredor de la linea horizontal accidental; de esta suerte la linea de distancia accidental se halla en la direccion de la distancia de los dos centros (Geometria), puesto que estas dos rectas forman angulos rectos con dicha linea horizontal accidental.

128\. . . . . Debiendo conservar el plano horizontal accidental una posicion diversa del cuadro, no menos que la linea horizontal accidental, respecto del horizonte natural, conforme al angulo de inclinacion que el dicho plano horizontal accidental, forma con el cuadro y con el plano geometrico, se sigue.

I Que, cuando el plano original es perpendicular al cuadro, el plano horizontal accidental pasa por la linea de distancia y consiguientemente la linea horizontal accidental pasa por el centro del cuadro; mas es de advertir que la horizontal accidental cortará en angulos rectos á la horizontal natural siempre que el plano original accidental sea perpendicular al plano geometrico, y que, la cortará oblicuamente cuando dicho plano original accidental se halle en posicion oblicua respecto al plano geometrico.

II Que cuando el plano original es oblicuo al cuadro, el plano horizontal accidental deberá serlo igualmente en virtud de su paralelismo, y por lo tanto la linea horizontal accidental cortará á la horizontal en un punto tanto mas distante del centro del cuadro, cuanto mayor fuese la inclinacion del plano original respecto del cuadro: cuando el plano original sea perpendicular al plano geometrico, dichas dos lineas horizontales se cortarán en angulos rectos, y lo harán mas ó menos oblicuamente en proporcion de la inclinacion en que se hallare el plano original respecto del geometrico.

III Que cuando el plano original corte oblicuamente al cuadro, de manera que la linea de interseccion accidental sea paralela á la linea de interseccion, ó sea base del cuadro, la linea horizontal accidental será igualmente paralela á la linea horizontal, á la cual le será superior, cuando el plano original represente una subida, y viceversa le será inferior cuando represente una bajada.

129.... Las teorias precedentes se aclararán facilmente por la esplicacion de las siguientes figuras n.os 55 y 56. En la primera de estas AB representa la linea horizontal, EF la linea horizontal accidental, DV la linea de distancia del cuadro, CV la linea de distancia accidental, V el punto de vista ó sea centro del cuadro. Cortando la linea EF a la otra AB oblicuamente por el punto de vista V, se verifica el caso en que, el plano original sin dejar de ser perpendicular al cuadro, se halla en posicion oblicua respecto al plano geometrico. Suponiendo ahora que permaneciendo inmobles la horizontal AB y la distancia VD, se mueven á la vez la recta

EF con la VC sin variar el punto de contacto V, hasta encontrarse la VC sobre la horizontal AB, la linea EF resultará vertical y representará entonces el caso en que el plano original cae perpendicular sobre el plano geometrico

En la fig.ª 56 AB representa la linea horizontal, VD la distancia, CG la linea horizontal accidental, que corta á la primera en F, EN la linea de distancia accidental, la porcion VE es la distancia entre ambos centros V y E. Por ella venimos á distinguir el caso, en que el plano original es obliquo al cuadro y al plano geometrico á un tiempo mismo. Si consideramos ahora, que permaneciendo firmes la linea AB con la VD, girasen á la vez, la linea CG con la EN sobre el punto de contacto V hasta llegar á confundirse con la AB, en tal caso la CG resultaria vertical y representaria el plano original en posicion perpendicular al plano geometrico y obliquo al cuadro. Si ademas consideramos que permaneciendo siempre el mismo el punto de contacto V, giraren dichas dos lineas de modo tal, que la EN se identificase en la parte VN con la VD, entonces la CG resultaria paralela al horizonte AB, é indicaria que el plano original era inclinado al cuadro y al plano geometrico, de modo que representase una superficie ascendente ó descendente.

130...... Por lo anteriormente dicho (nº 129) se deduce, que la linea de la distancia accidental no puede estenderse arbitrariamente, sino que esta sujeta á la dimension ya establecida para la distancia del cuadro. Asi es que en la figura 55, VC debe ser igual á VD y en la 56, EN lo debe ser á EH, por donde se infiere el método facil para determinar la linea de distancia accidental, de cualquier linea horizontal CG que se hubiere dado, si desde el centro V se baja una perpendicular indefinida ES sobre la linea CG, que pase por el centro V, y desde este se eleve otra recta VH perpendicular tambien á la ES, é igual á la linea de distancia VD; como asi mismo se tire del punto E al punto H la recta EH que une el punto H con el E, y finalmente se tome la porcion EN igual con esta ultima EH; con lo que EN resultará igual á la hipotenusa EH del triangulo rectangulo EVH (nº 125), segun lo requiere la linea de distancia accidental.

131...... Es de advertir, á fin de evitar todo error, que pará poner en perspectiva una recta, superficie ó solido, conviene servirse de aquel plano mismo en que insisten dichas lineas ó superficies, ya sean meramente planos, ó constituyentes algun solido, de modo, qe. al numero de frentes corresponda el de los planos accidentales, á menos que de dichos frentes no haya algunos paralelos, en cuyo caso valdrá un mismo plano accidental.

132..... Podria darse por separado la resolucion de algunos problemas referentes á la perspectiva de las plantas y alzados, mas como el método de estas operaciones es general y enteramente identico al praticado sobre los planos nivelados, no ofrece novedad alguna. No obstante, se pondrán dos ejemplos, que haciendo ver la generalidad del método, darán á conocer el uso de varios planos en combinacion.

133...... Problema 1.º Hallar la perspectiva de un cubo, colocado en un plano accidental.

Sea SKA (Fig.ª 57) la perspectiva del plano original, perpendicular al plano geometrico y oblicuo al cuadro, cuya linea de interseccion accidental sea KS; la linea horizontal accidental sea FN, la cual corta la linea horizontal BH perpendicularmente, en el punto A (n.º 118. II), y q.^e por tanto será VA la linea de los centros (n.º 124), y sea finalmente la VD, la linea de distancia del cuadro. Debiendose describir ahora un cubo sobre la recta perspectiva 12, dada en el plano geometrico SAK, tómese igual á AD la parte AB, y ésta será la linea de distancia de la linea horizontal FN (n.º 130). Prolonguese la linea 12 hasta encontrar en su horizonte el punto E. Desde este punto al de distancia accidental B, tírese la recta E B y hágase en este punto B, el ángulo recto E B N. Desde N, apoyandose en los extremos de la recta perspectiva 1 2 tírense dos indefinidas, que formarán los angulos 4 1 2, 1 2 3 perspectivamente rectos. (n.º 95 y 123). Divídase el ángulo E B N en dos partes iguales, mediante la recta B C, y desde el punto C, apoyandose en el 2, tírese la recta 2 4, que dividirá así mismo en dos partes iguales el angulo 3 2 1 (n.º 95), resultando dicha recta 2 4, ser la diagonal del cuadrado, el cual se completará, tirando desde el punto 4 en dirección del punto E, la recta 4 3. (n.º 93).

Siendo el plano original perpendicular al geometrico y oblicuo al cuadro, las rectas perpendiculares á dho primer plano serán paralelas al segundo, y oblicuamente inclinadas á la intersección que estas forman; por lo que, el punto de de concurso de estas perpendiculares, debe hallarse en la linea horizontal B H, y así conviene echar mano de la linea de distancia

V D, para encontrar el punto de su concurso. Puesto que dichas perpendiculares que se elevan sobre el plano perspectivo S A K, lo son igualmente á las lineas que se enlazan con los puntos 1 2 3 4 paralelas a la Direccion perspectiva K A de la comun seccion del plano original vertical con el geometrico, (Geom.) se sigue que haya de formarse en el punto de distancia D, sobre la recta A D, el ángulo recto A D H; pues la A D como directriz de la original de la distancia perspectiva A K, es la directriz de las rectas, que de los dichos puntos 1 2 3 4, se tiren paralelas á dicha original en el plano vertical. Asi pues, desde el punto H dirigiendose a cada uno de los mismos puntos, podrán elevarse las enunciadas perpendiculares. Para determinar sus respectivas dimensiones, bastará fijar la de una de ellas; á este efecto dividiendo por mitad el ángulo recto 4 3 7, mediante la diagonal que pasa por el vertice 3, quedará fijada en el punto 8, la dimension que requiere la perpendicular 4 8. Ahora, como los frentes del cubo dado son perpendiculares al plano vertical, si se prolongan, deberán cortar el cuadro de manera, que la comun seccion, esto es, la linea horizontal accidental, sea paralela á la linea horizontal. (Geom.). De aqui se sigue, que la linea horizontal accidental del plano perspectivo 3 4 8 7, debe ser paralela á la linea horizontal HB, y esta será la PR que pasa por el punto E, donde termina la EB directriz de la perspectiva 3 4. Tomese VX igual á VD, y tírese la recta XY, á la que haciendo igual la YG, se obtendrá en su estremo, el de la distancia accidental. (nº. 130). Desde el punto G al punto E tírese la recta GE, y esta será la directriz de la recta 34 como lo es la BE; puesto que 34 es la perspectiva de una recta original, que forma limite á dos planos contiguos del cubo. Luego en el punto de distancia G, como vertice, se formará sobre la GE un ángulo semirecto EGO, y con el apoyo de este punto O, dirigiendose al punto 3, tirese la diagonal 3 8 del cuadrado perspectivo, hasta que encuentre en 8 el lado 4 8. (nº. 99). Desde este punto 8 y en direccion de los puntos E y N de concurso, tirense las rectas correspondientes á las demas aristas del cubo, tanto perpendiculares cuanto paralelas á las de su planta 1 2 3 4, con lo que se completará el cubo y quedará resuelto el propuesto problema.

134. . . . . Problema 2º. Dado sobre la linea de interseccion el ancho de un cuerpo arquitectonico terminado por una cornisa y cubierto por un fronton, con los oportunos perfiles de sus cornisas, hallar la perspectiva figura 58.

Sea B C la linea de interseccion paralela á la horizontal S V, y E F el ancho de la frente del cuerpo prismatico rectangular de arquitectura. Sea a b c el perfil de la cornisa plana geometrica d f la division geometrica de la cornisa inclinada, e el cuspide del fronton, e g m el perfil vertical de la misma, interpuesto á los dos vertientes y la oblicua n e una de estas vertientes ó lados del fronton. Comiencese por tirar de cada ángulo del perfil geometrico de la cornisa otras tantas concurrentes al punto de vista V, y por medio del secundario S á que concurre la diagonal del angulo recto, córtense dichas concurrentes, apoyandose en las alturas geometricas respectivas de cada miembro de dicha cornisa, con lo que quedará determinado el perfil perspectivo del inglete de la cornisa plana, segun indican los numeros 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, desde los cuales tírense otras tantas paralelas al horizonte con lo que se completará la cuadra de dicha cornisa. Para cortar ésta en el ángulo opuesto de su frente, conviene en primer lugar trasportar al ángulo en cuestion, todas las alturas geométricas de los diferentes miembros que componen dicha cornisa, por medio del punto visual, segun se comprenden entre los extremos de la o r. Con estas divisiones, deberia formarse el perfil perspectivo del inglete, acudiendo al apoyo del otro punto secundario correspondiente al S, que deberia hallarse á igual distancia del centro V; pero como no siempre es facil establecer ambos puntos, es preciso recurrir á otro medio, que aunque menos expedito es igualmente exacto. Busquese para esto el centro en que se cruzarian las diagonales de un cuadrado perspectivo, uno de cuyos lados sea la E r, lo que es facil conseguir, trasportando el medio G del fronton geometrico al medio H perspectivo, y tirando en plano una recta hasta encontrarse con la diagonal E S en el punto I. Alcese sobre este centro de las diagonales una perpendicular indefinida, á la cual, mediante el punto S se trasportarán todas las alturas de los miembros de la cornisa que incluye el perfil geometrico a b c. Obtenidas estas, no hay mas que apoyarse sucesivamente en ellas y en las que comprende el angulo o r, y por este medio se tirarán ordenadamente las diagonales, hasta q.e encontrandose con las concurrentes al punto visual V, determinen el mencionado perfil del inglete requerido. Completada asi la cornisa en plano, se sigue el determinar la de los inclinados.

A este efecto, alcese una perpendicular indefinida desde el medio perspectivo H, y sobre ella tracese el perfil stv del cuspide perspectivo, semejante al geometrico e g' m, del cual procederá mediante las concurrentes al punto secundario S. Conduzcanse ahora dos rectas desde el estremo 7 de este perfil, á los estremos correspondientes de la cornisa plana en ambos angulos, y continuense estas, hasta la vertical que pasa por el centro V, en los puntos YX; el punto Y sera el de concurso de todas las paralelas que constituyen la cornisa ascendente, y que desde la Cornisa plana van á apearse en el perfil del cuspide, y el punto X será el del concurso de las paralelas que constituyen la cornisa descendente, y que partiendo de dicho perfil, se dirigen acia el angulo del lado opuesto de la cornisa en plano, tiradas las cuales queda resuelto el problema.

Quizá á primera vista parezca arbitraria, ó deducida por mera practica la fijacion de los puntos Y, Z, pero si consideramos que el plano EJKr siendo perpendicular al geometrico se halla inclinado al cuadro, deduciremos, con arreglo á lo dicho anteriormente (nº 128 I) que los puntos de concurso de este plano, se hallarán en la horizontal accidental que debe pasar por el punto de vista, y dirigirse á éste, cuando las objetivas sean en plano, ó bien á otros mas ó menos separados conforme á la declinacion de las objetivas. Debemos considerar ademas, q. por ser la inclinacion del plano accidental respecto del cuadro á 45 grados, el punto secundario es en este caso punto optico, el cual hace veces de punto de distancia (nº. 106). Esto nos basta para tirar desde el punto S dos paralelas á las pendientes del alzado, hasta encontrar la horizontal accidental en los puntos YZ, cuyos puntos deberán ser los mismos fijados por el metodo practicado, lo que servirá para comprobante de la exactitud de estas operaciones.

Conclusion.

Este en compendio es el metodo por el cual pueden ejecutarse en el cuadro todas las operaciones posibles en la comun practica, valiendose unicamente de los dos puntos optico y de concurso, porque con este se determina la direccion perspectiva, y con el primero se fija la cantidad; de cuya suficiencia se ha dado una prueba en la construccion de las curbas (n.os 118 y 119), y en la proyeccion de la cupula (aplicable á cualesquiera otra superficie curba no menos que a los poliedros), la cual se ha mirado siempre entre los perspectivos como una de las operaciones mas dificiles, y q.e sin embargo ha sido ejecutada con la mayor sencillez y desembarazo empleando solo dichos puntos. Igualm.te se ha demostrado su aplicacion para el caso en que no se quiera ó no se pueda operar con la entera linea de distancia (numero 85, nota c) Para establecer estos puntos nos hemos servido de la regla de la directriz por ser mas universal, mas breve y mas facil, aun cuando el erudito Sr Zaccari no esté de acuerdo con esta opinion. Pero sin temor de ofender su reputacion artística me permitiré hacer observar que para omitir la planta en la ejecucion de una escena de las llamadas de punto accidental, la regla de la diagonal tiene q. valerse de rodeos y medios indirectos para determinar los puntos de concurso q. él adopta, mientras q. con la regla de la directriz se consigue recta y llanamente de un modo satisfactorio; y no solo por esta razon merece ser preferida, sino porque ademas se ha probado (n.º 84 nota D) hallarse aquella regla comprendida en esta, circunstancia por la cual, adquiere el caracter de universalidad. El P.e Jacquier en sus elementos de perspectiva publicados en Roma en 1755, reprodujo dicha regla de la directriz debida al doctor Brook Taylor, como la mas cómoda y razonada, sin que antes de estos aparezca en ninguno de los muchos tratados de esta ciencia, ni haya obtenido posteriormente muchos proselitos entre los practicos. Lejos de esto, el mencionado Señor Taccani que la tubo presente la desdeñó, y quizá fue por dar mayor encomio á su sistema de los puntos de concurso que adoptó en su acreditada geometria descriptiva que dió á luz en Milan año

1813, aduciendo por unica razon, que habiendola demostrado el precitado Taylor de un modo puramente matematico, no podia estar al alcance de los artistas para quienes él dedicaba su produccion; la cual razon no es de gran peso, puesto que, reduciendo aquellas abstrac=tas contemplaciones matematicas que emplea para demostrar la ciencia de su teoria á principios mas sencillos, puede ser entendida por los jovenes que hoy dia se dedican á este estudio, bien aventajados por cierto á los de su epoca, en razon del grande incremento que han tenido las matematicas ecsi=vidas por reglamento para todos los ramos en que las Bellas Artes se clasifican.

Indice

Seccion I.ª

pectivamente igual á la original, ó un punto cualquiera correspondiente.

14 . . . Paralelismo de las comunes secciones del plano secante, con los dos planos geometrico y horizontal.

15 . . . Método practico para hallar la direccion perspectiva, y la perspectiva de una recta original.

16 . . . La direccion perspectiva de una recta perpendicular á la linea de tierra.

17 . . . La direccion perspectiva de una recta q.l forma ángulo semirecto con la linea de tierra. Cual es el llamado punto secundario.

18 . . . La direccion perspectiva de una paralela á la linea de tierra.

19 . 20 . . Concurso de las direcciones perspectivas de las rectas originales paralelas á un punto de la linea horizontal. Cual sea este punto de concurso.

21 . . . . Necesidad de poner en la direccion del cuadro los dos planos geometrico y horizontal.

22 . . . . Longitud de la linea de distancia.

23 . . . . Altura de la linea horizontal.

24.... Principio en que se apoya la resolucion de los problemas relativos á las plantas.

25.... Que cosas se suponen dadas en la resolucion de los problemas de perspectiva relativos á las plantas.

26.... Hallar la perspectiva de un punto.

27.... Hallar la perspectiva de una recta paralela á la linea de tierra.

28. 29. Hallar la perspectiva de una recta perpendicular á la linea de tierra.

30. 31. 32. Hallar la perspectiva de una recta obliqua á la linea de tierra.

33.... Hallar la perspectiva de un triangulo.

34. 35.. Hallar la perspectiva de un cuadrilatero.

36. 37. Hallar la perspectiva de un pavimento embaldosado.

38.... Hallar la perspectiva de cualquier poligono.

39. 40. Hallar la perspectiva de un circulo.

Seccion II.ª

41.... En que consisten los alzados.

42. 43.. Principio en que se funda la practica de los alzados.

44.... La perspectiva de una perpendicular alzada sobre el plano geometrico, es paralela á la misma.

45... La perspectiva de una recta inclinada paralelamente al cuadro, es paraleta á la misma.

46. ... La perspectiva de una figura plana paralela al cuadro, es semejante á la misma.

47.... La recta alzada sobre la linea de tierra se confunde con su perspectiva. Mas en proporcion de lo que apartare, aparecerá mas elevada y mas chica.

48.... Esplicacion de un fenomeno optico.

49... La perspectiva de una recta alzada infinitamente distante del cuadro, debe hallarse sobre la linea horizontal.

50... Donde aparecerá la perspectiva de los objetos colocados al ultimo estremo de nuestra vista.

51... Principio util para la practica de los alzad.s

52... El paralelismo entre las perpendiculares geometricas y perspectivas, se conserva siempre tanto en el espacio, cuanto en el plano en que se opera.

53.... Metodo practico para poner en perspectiva los alzados.

54.... Cortar una recta perspectiva en partes proporcionales á las del alzado original.

55.... Esta division es geometrica.

56.... Modo facil de hallar las partes perspectivas de una perpendicular geometrica.

57.... El mismo resultado se obtiene sobre una recta obliqua ~~obliqua~~ al plano geometrico, con tal que sea paralela al cuadro.

58.... Hallar la perspectiva de una recta obliqua al plano geometrico.

59.... Poner en perspectiva una piramide.

60.... Poner en perspectiva un cono

61.... Poner en perspectiva un prisma recto, un cilindro. &

62. 63.. Poner en perspectiva varios primas uno sobre otro.

64.... Poner en perspectiva un prisma obliquo.

65. 67.. Poner en perspectiva un cuadrado inclinado al plano geometrico.

Yndice de la Seccion III.ª

Parte primera.

Capitulo I

concurso y el Punto optico.

82.... Posicion de los dos planos, horizontal y orijinal.

83.... Posicion que toman la directriz, el punto optico y la recta original con la revolucion del plano secante. Nota (a) definicion de la linea de interseccion.

84.... Uso del punto optico en lugar del punto de distancia.

85.... Modo de hallar el punto optico. N. (b) Definicion de la directriz horizontal. Nota (c) Modo de hallar el punto de concurso, y el punto optico con cualquier parte alicuota de la linea de distancia.

86: 87. Casos en los cuales el punto de vista y el secundario son uno mismo que el punto optico N. (d). La regla de la diagonal se comprende en la regla de la directriz.

88: 89. Hallar la dimension real correspondiente á una recta perspectiva.

90.... Conocer á que plano pertenezca la original de una perspectiva. La linea horizontal es limite de las lineas perspectivas.

Capitulo II.

Seccion III.

Parte Segunda.

II

60 hojas
120 carillas