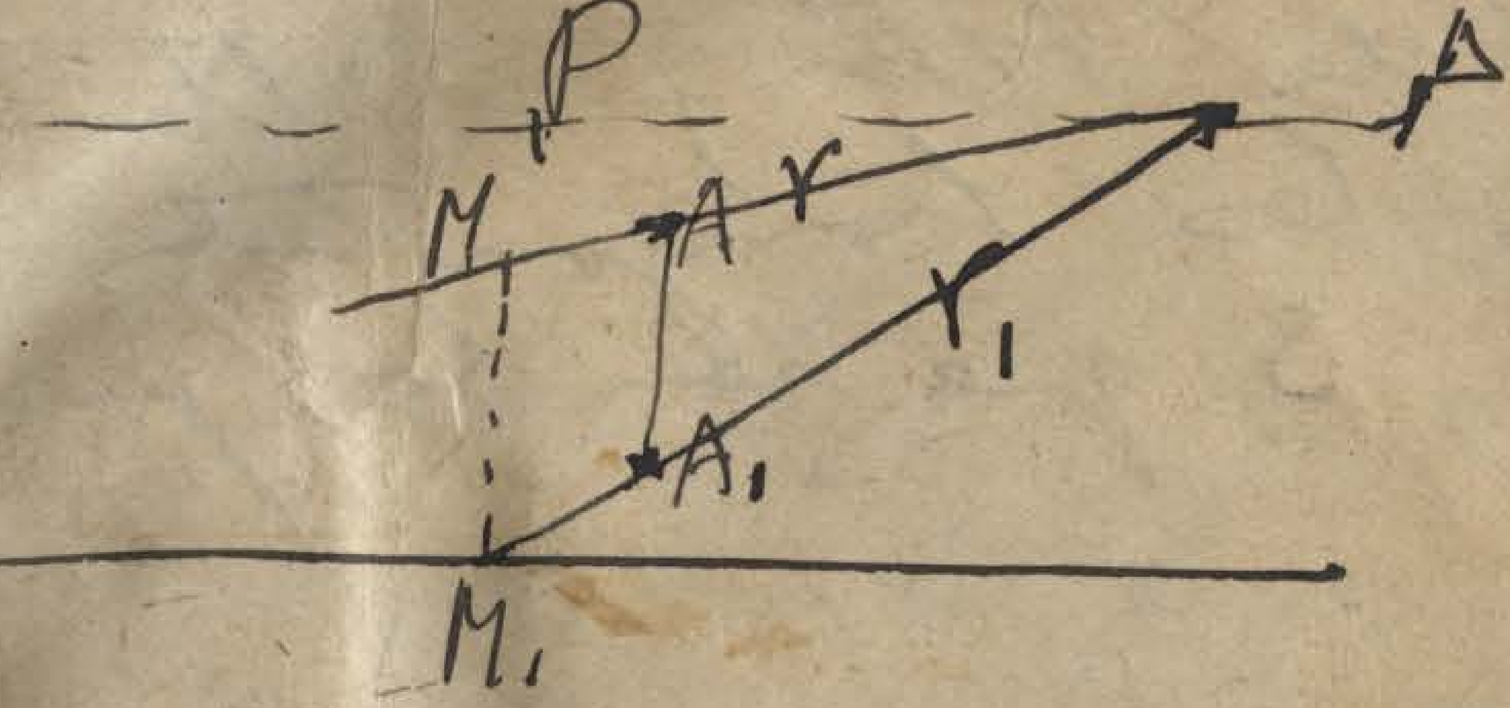
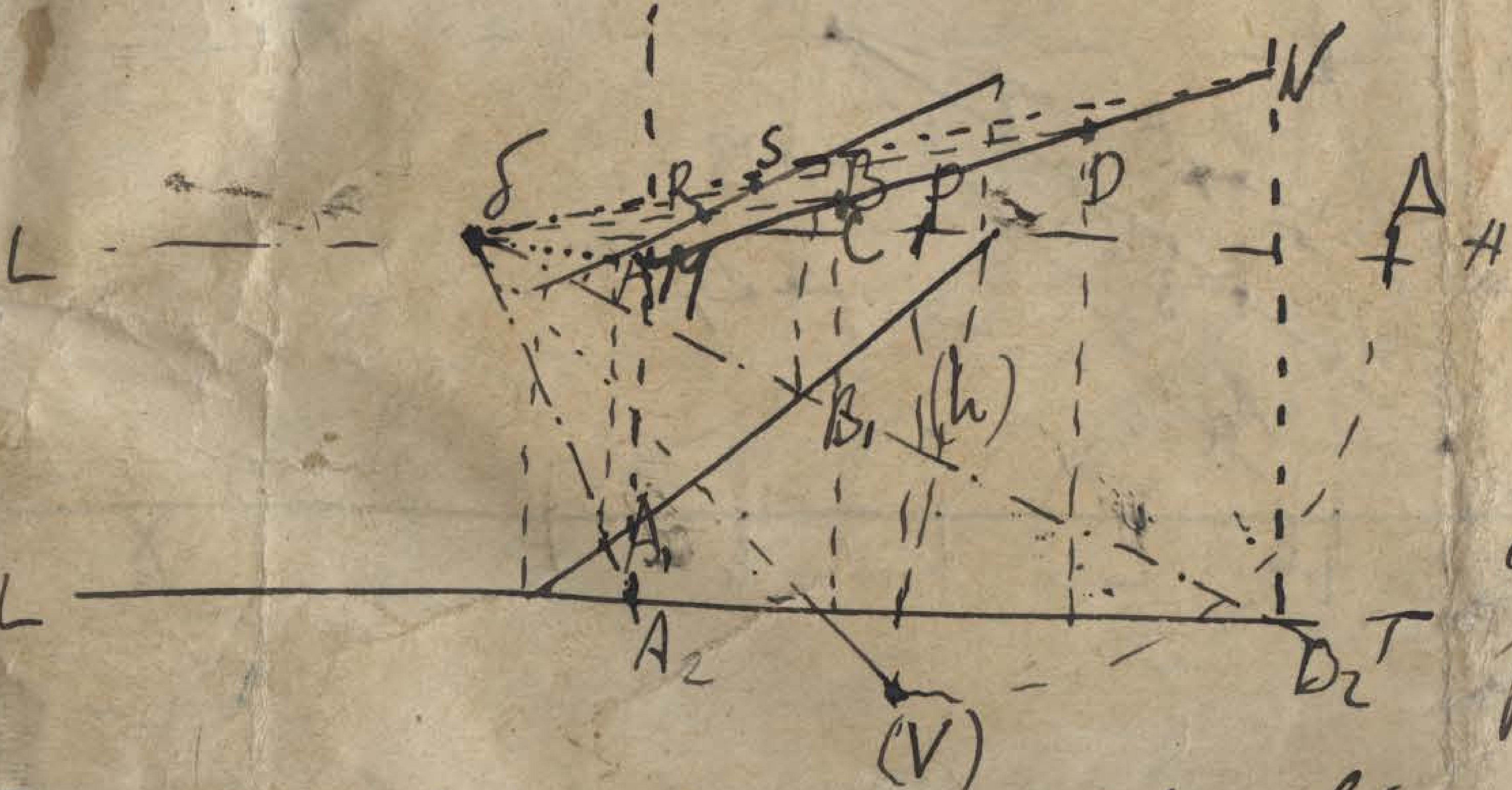
Perspectiva lineal

Altura de un punto: es su distancia al plano horizontal o sea la magnitud de $\overline{AA_1}$. Para hallarla se trazan por A y A_1 dos rectas horizontales paralelas r y r_1 que corten al cuadro en M y M_1. $\overline{MM_1}$ es la magnitud de $\overline{AA_1}$.



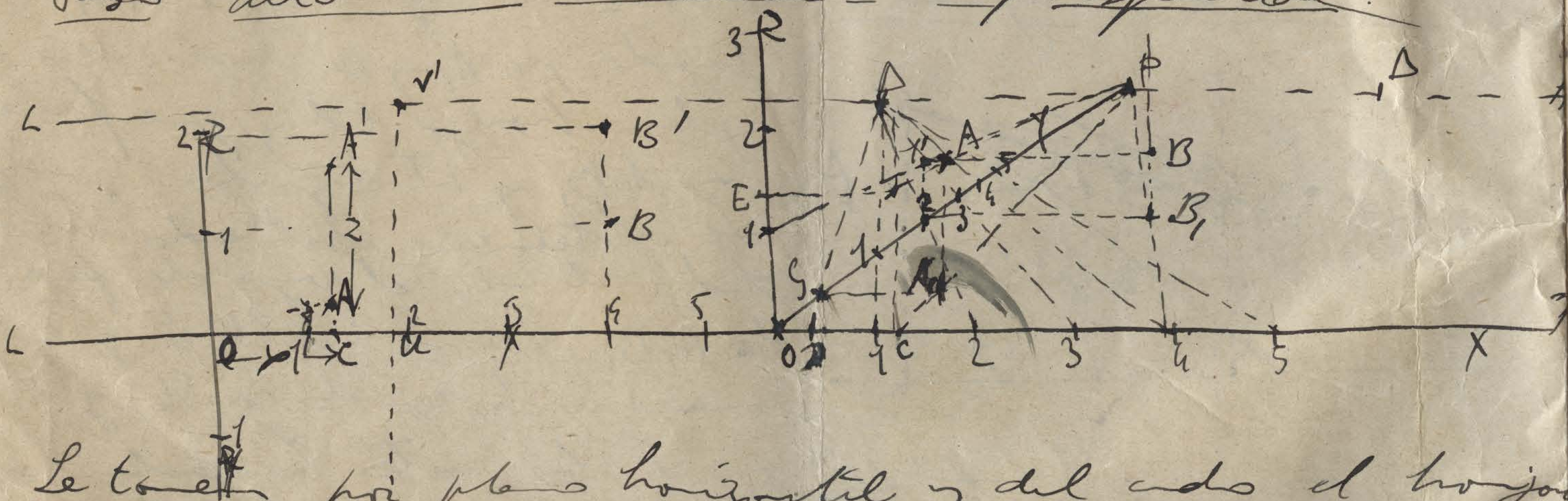
Magnitud de un segmento: se halla la magnitud de $\overline{A_1B_1}$, trazando por A_1 y B_1 rectas del plano horizontal y que formen con A_1B_1 y LT ángulos iguales. Se obtienen abatiendo alrededor de LH el rayo de fuga de A_1B_1, (h). Se traza $(V)\delta$ que forma ángulos iguales con (h) y LH



y que determina δ, punto límite de las rectas buscadas que son δA_1 y δB_1, que determinan $\overline{A_2B_2}$, magnitud de AB. Se levantan en A_2 y B_2 perpendiculares a LT y sobre ellas se llevan las verdaderas magnitudes de $\overline{AA_1}$ y $\overline{BB_1}$ que se obtienen trazando por AA_1 la horizontal $\delta A\ \delta A_1$ y por BB, la δBδB, que corten al cuadro en M y N nos da MN la magnitud de AB

División de un segmento en partes iguales ó proporcionales a otras: Se divide de la manera pedida MN y resultan los puntos C y D por los que se trazan las horizontales δC y δD que corten a AB en R y S que son los puntos que se buscan

Paso del sistema diédrico a la perspectiva:



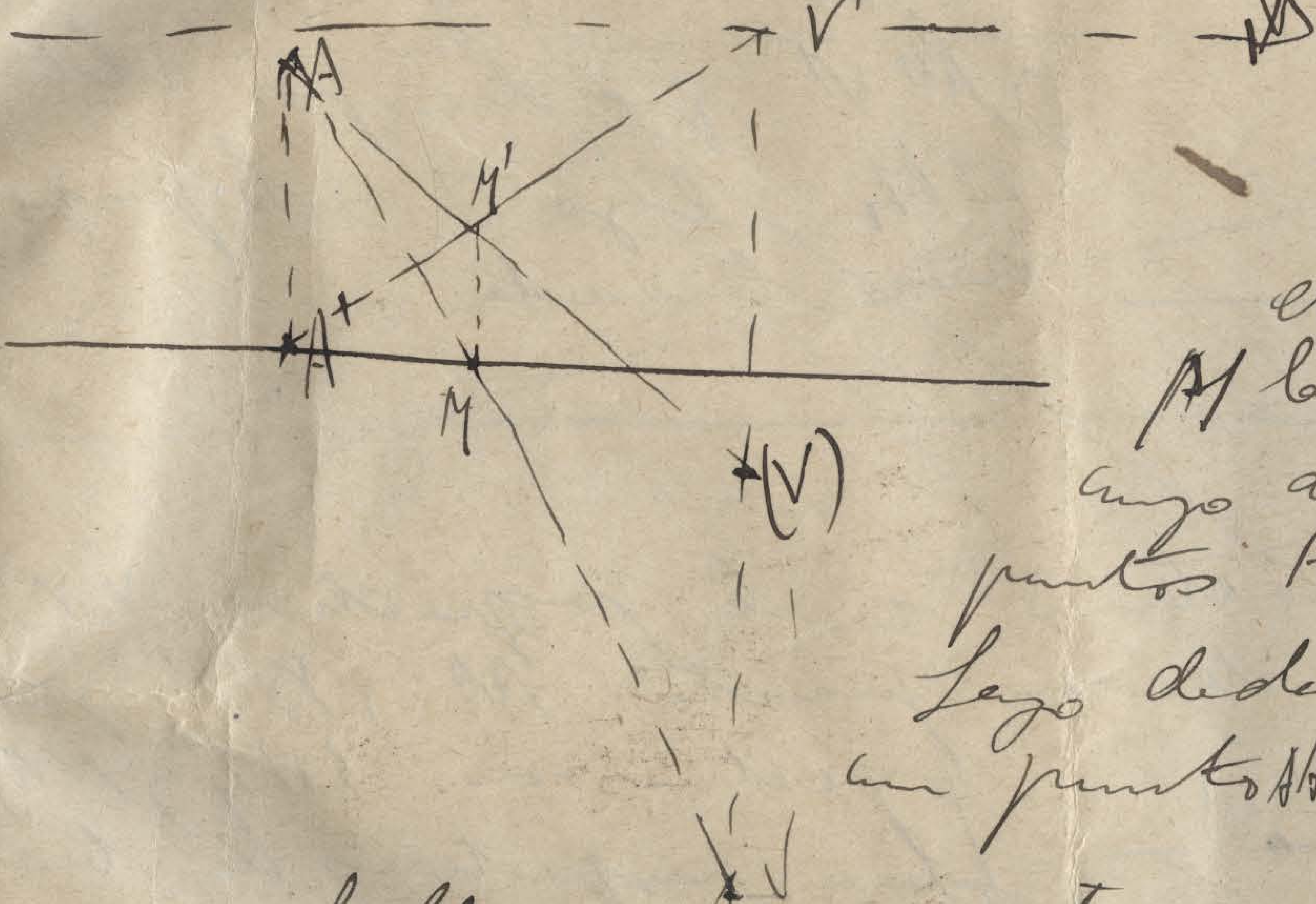
Se toma por plano horizontal y del cuadro el horizontal y vertical del diédrico. En este se toma el punto VV' de vista. V U V será el radio del círculo de distancia y LV' la línea del horizonte. Estos elementos se representan en la perspectiva.

Para pasar un punto del diédrico a la perspectiva
hay 3 métodos

1) Determinado por 3 coordenadas en diédrico, tomando ~~como~~ ~~[illegible]~~ origen un punto O arbitrario de LT y trazado por él los ejes OY, OZ perpendiculares a LT y tomando a esta por eje OX. El punto AA' se refiere a estos 3 ejes que se construyen en la perspectiva tomando a LT por OX y en este un punto O por origen, por el que se traza la perpendicular a LT del plano horizontal, OP, que será OY.
Se toma OZ del cuadro y perpendicular a OX
Por estar OX y OZ en el cuadro se ven estas coordenadas en verdadera magnitud. Se lleva en OC la x y por C se traza una recta del plano horizontal y perpendicular a LT que es CP.
Para hallar la y en perspectiva se lleva en OD y se traza por D una recta del plano horizontal que forma con LT y OY ángulos iguales, pero por ser OY perpendicular a LT formará con esta un ángulo de 45° luego pasará por Δ y será ΔD, que determina en OY el punto G por el que se traza una horizontal y paralela a LT que es GA, cuya intersección A, con CP es la proyección ho-

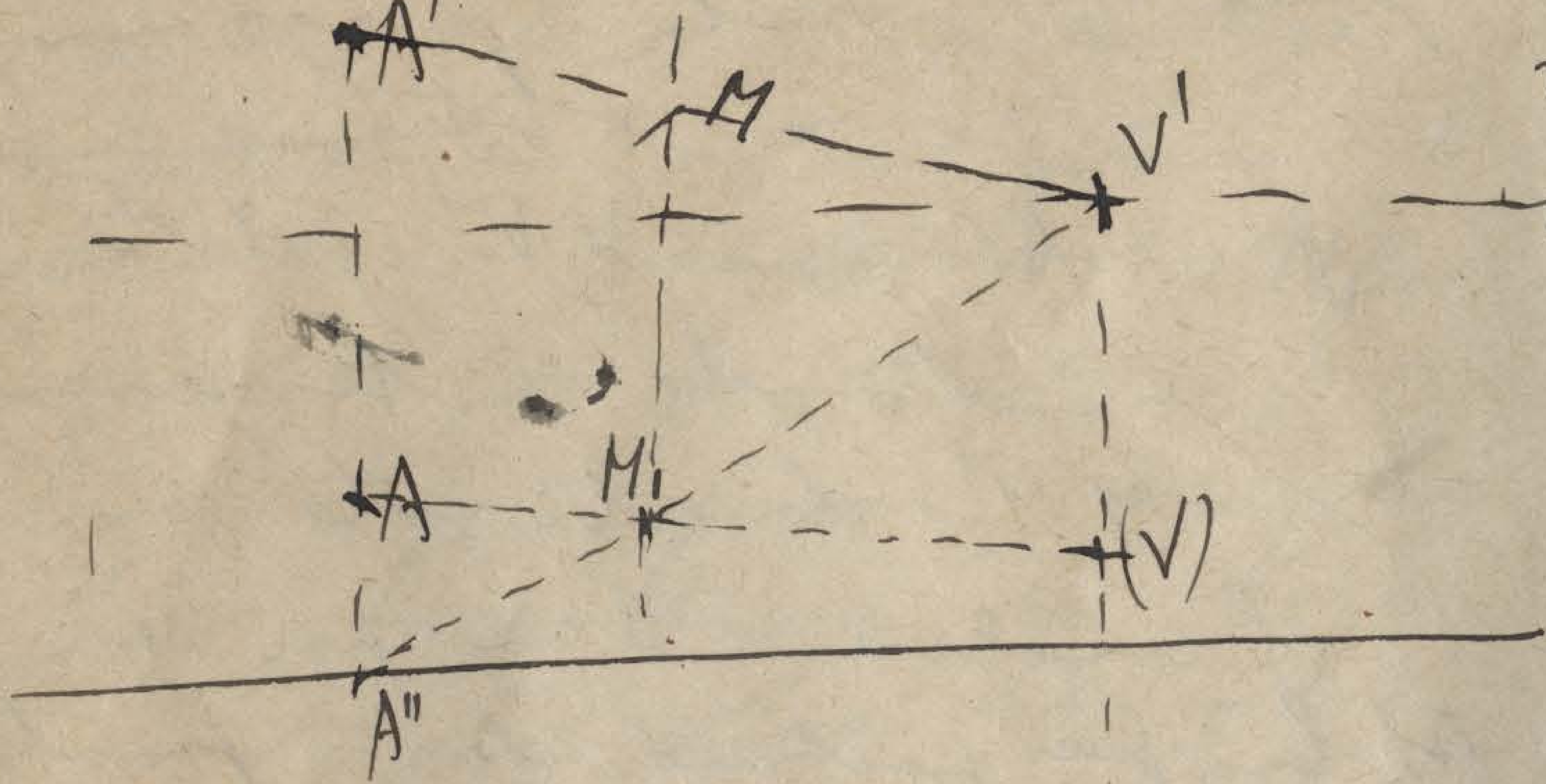
zontal de A.
Para hallar en perspectiva la coordenada z se lleva
esta en OE. Por E se traza una horizontal del cuadro que
~~corta~~ determina un plano horizontal que corta a la perpen-
dicular levantada sobre A, al plano horizontal en A,
que es el punto en perspectiva.
Si hay que pasar muchos puntos del diédrico a
la perspectiva se hacen las escalas de los ejes.
Las contenidas sobre OX y OZ serán iguales, pues se ven
en verdadera magnitud. Para determinar la de OY
se trazan por los puntos 1, 2, 3, 4, 5... rectas del plano
horizontal y que forman con LT y OY ángulos iguales,
que serán de 45°, por lo que pasarán por Δ estas rectas
y determinarán en OY los puntos 1, 2, 3, 4, 5... de
su escala. Para construir un punto B(4, 2, 1). En diédrico será
BB'. En perspectiva también su proyección horizontal sobre
PH. y será B_1 obtenida. Trazando 2B' paralela a LT por 2 de
la escala de OY. Para hallar B se ~~trazan~~ por 1 de la
escala de OZ una horizontal y perpendicular al cuadro que será 11'
y por medio de esta se obtiene 2 1' que es la altura de B
esta se lleva sobre B_1B^E a partir de B_1 y determina B

2.) Para un punto del plano horizontal. Esta perspectiva se determina por una sola proyección

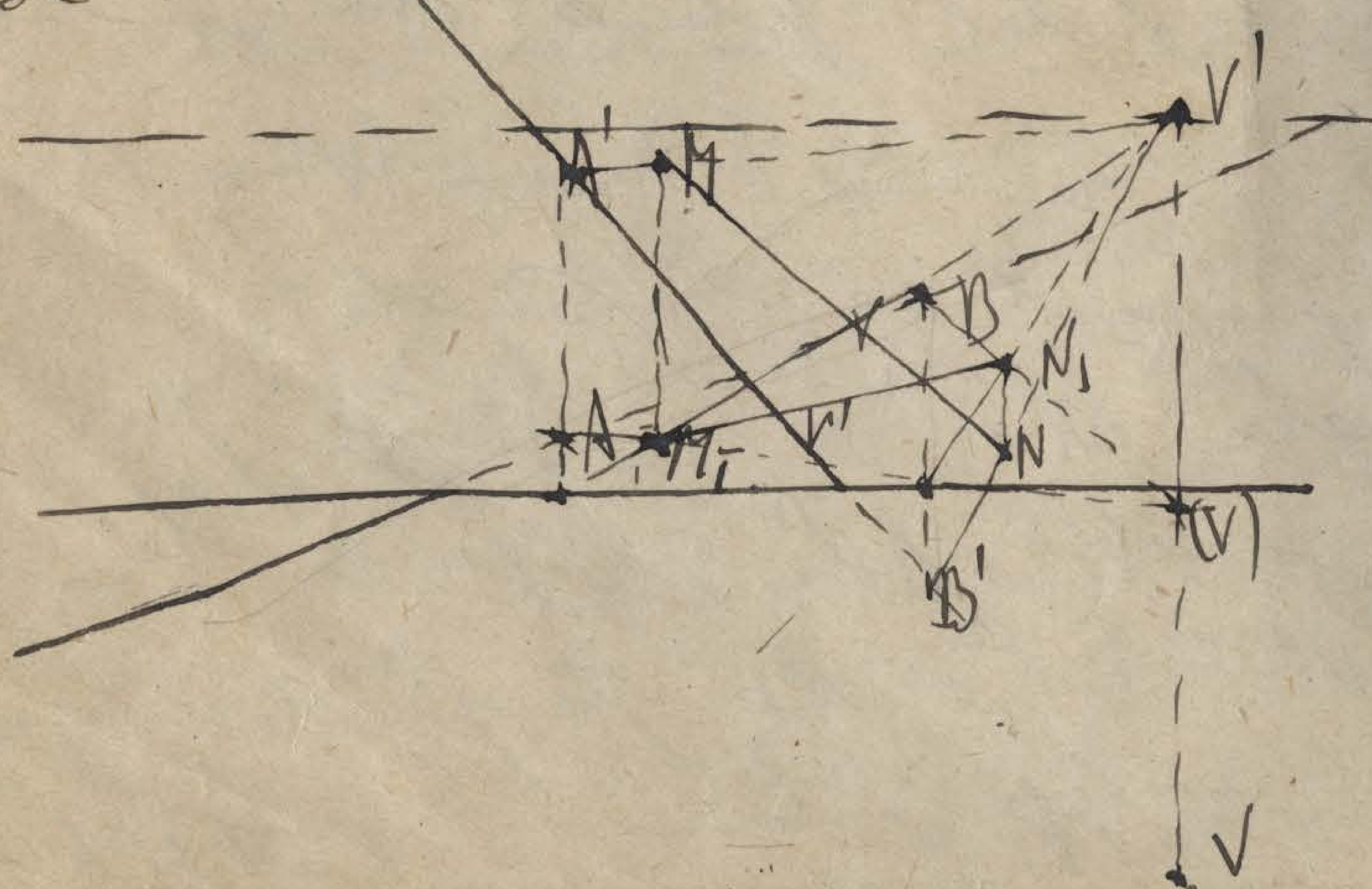


que se obtiene uniendo AA' con VV' y determinando la intersección MM' de esta recta con el cuadro. Pero por ser A la perspectiva de un punto cuyo abatimiento es A, los puntos A M' y (V) están alineados. Luego dadas las proyecciones de un punto AA' del plano horizontal para hallar su perspectiva se une A con (V) y A' con V' y la intersección es la perspectiva buscada.

Si es un punto cualquiera <u>AA'</u>, se empieza por pasar su proyección horizontal AA'', que será la intersección de A(V) con A''V'. Sobre una perpendicular a LT trazada por este punto M_1 estará la perspectiva directa M a una ~~distancia~~ de M_1 igual a la altura AA' en perspectiva. que se obtiene trazando por A y A' las rectas horizontales y paralelas A'V' y A''V' que dan por altura MM_1. luego M es la perspectiva buscada.



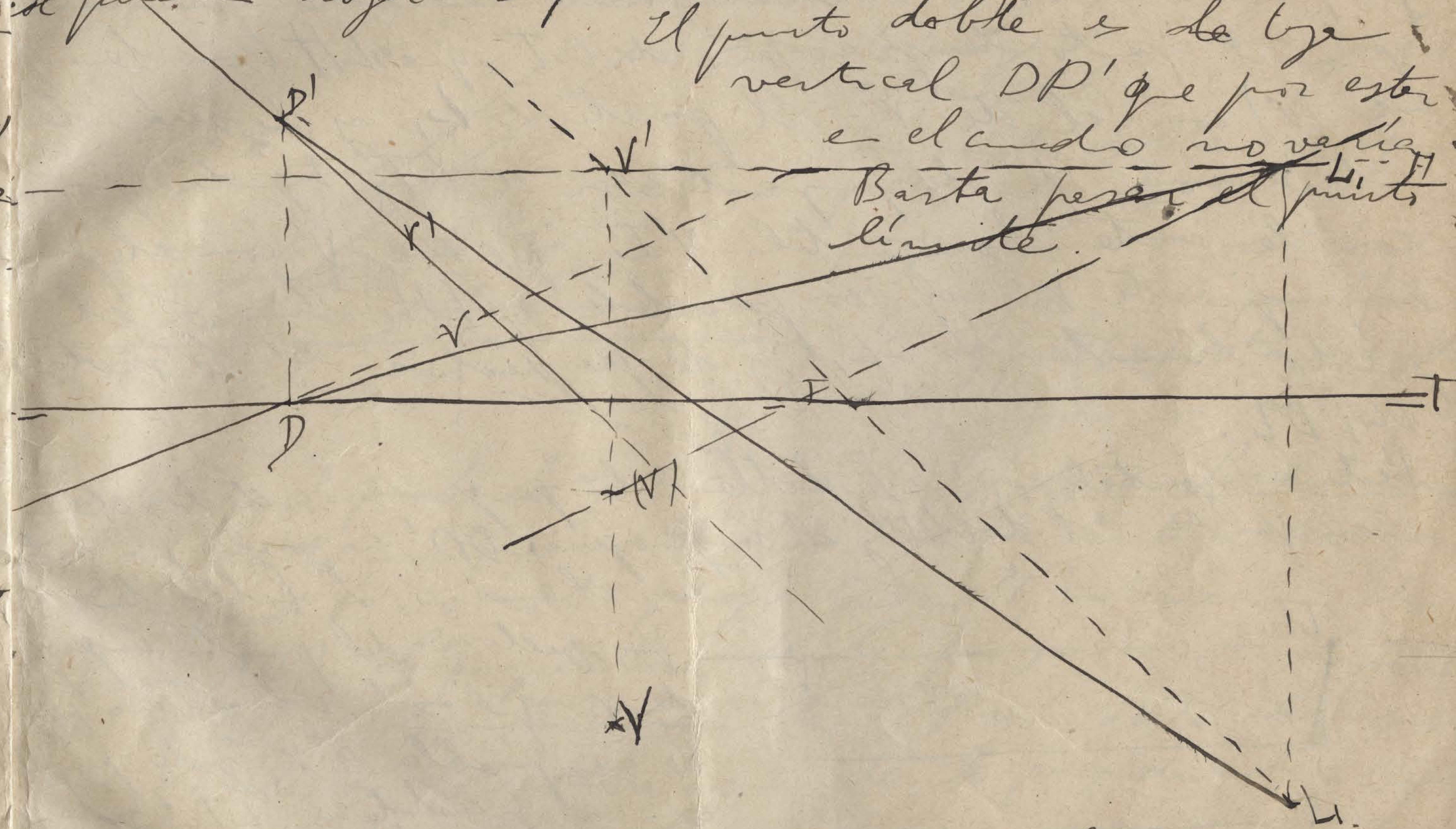
Pasar una recta del diedro a la perspectiva VV': Se hace pasar dos de sus puntos AA' y BB' cuyas perspectivas son MM_1 y NN_1. Las perspectivas de la recta son MN M_1N_1



Se pueden escoger los puntos doble y límite

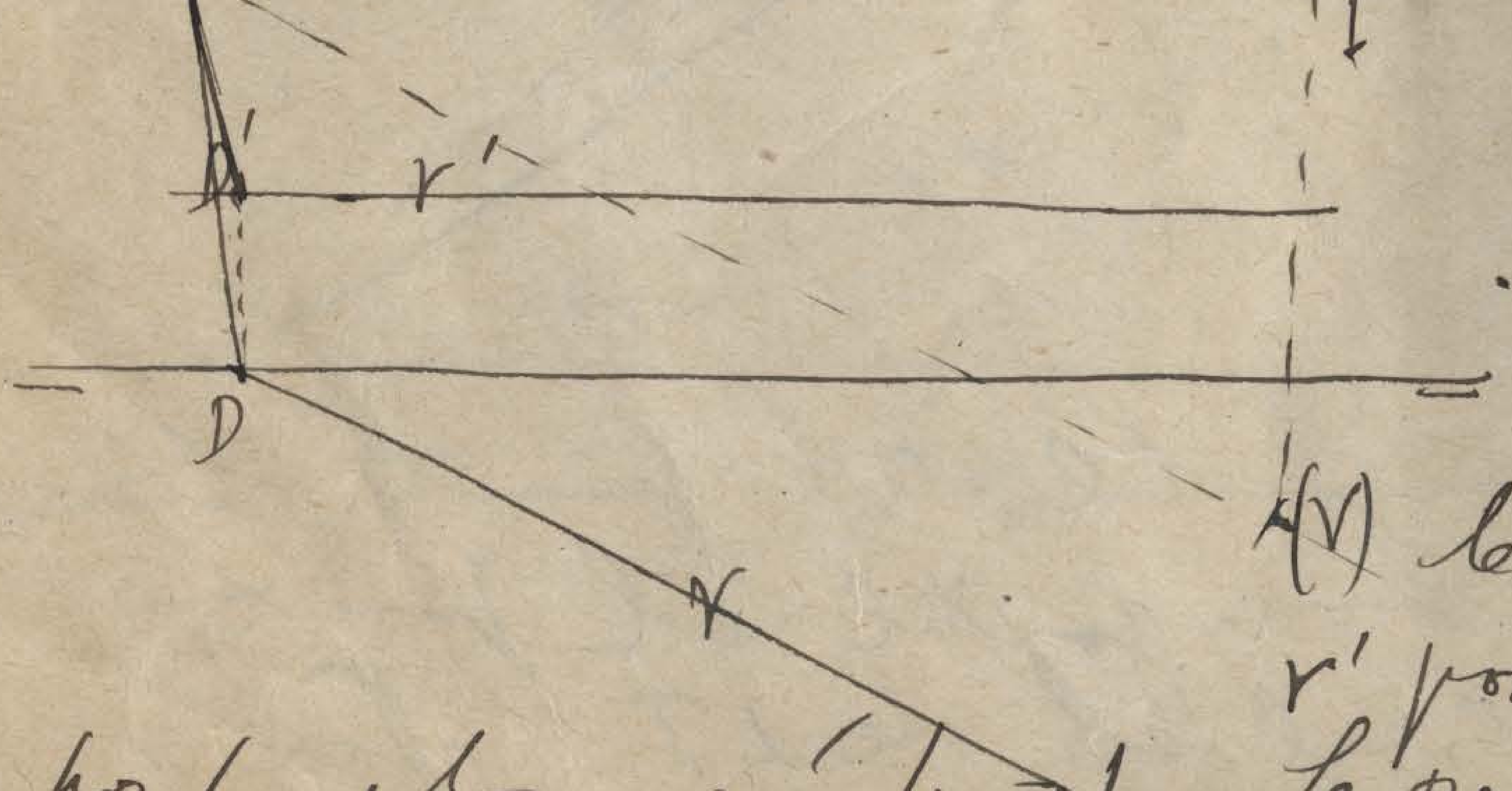
El punto doble es de la traza vertical DP' que por estar en el cuadro no varía.

Basta pasar el punto límite.

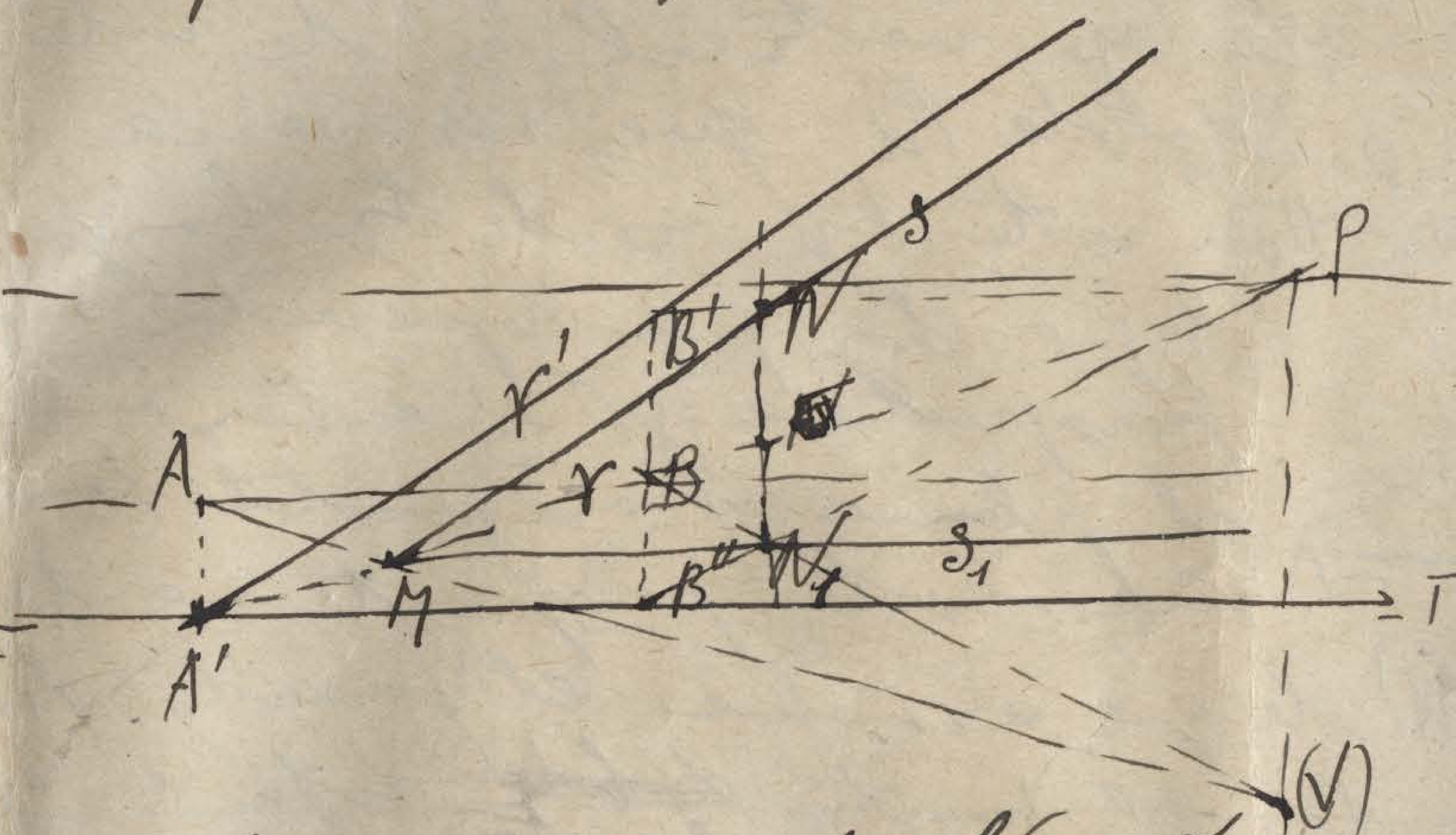


Se pasa la proyección horizontal del punto límite que tiene por proyección horizontal el punto impropio de r y por vertical el de LT. Fin perspectiva será la intersección de la recta que une V' con el punto impropio de LT, que es LH con la que une (V) con el de r. El punto es L_1 y L_2 será la intersección de la perpendicular a LT trazada por L con la recta horizontal $V'L_1$ que une V' con el punto impropio de r' y es paralela a LH. Luego el punto límite es LL_1 y la perspectiva de la recta DL_1, $D'L$.

<u>Recta horizontal</u>: rr'. Se hallan las perspectivas de dos de sus puntos: el doble DD' y el impropio. DD' no varía por estar en el cuadro. Se halla la perspectiva del punto impropio de r, que es la intersección de una paralela a r trazada por (V) con una paralela a LT trazada por P. Se cortan en L_1 y L_2. L_1 será la intersección de la paralela a r' por P con la perpendicular a LT por L_1, luego será $L_1 = L_2$. La perspectiva de la recta es DL_1 $D'L_1$

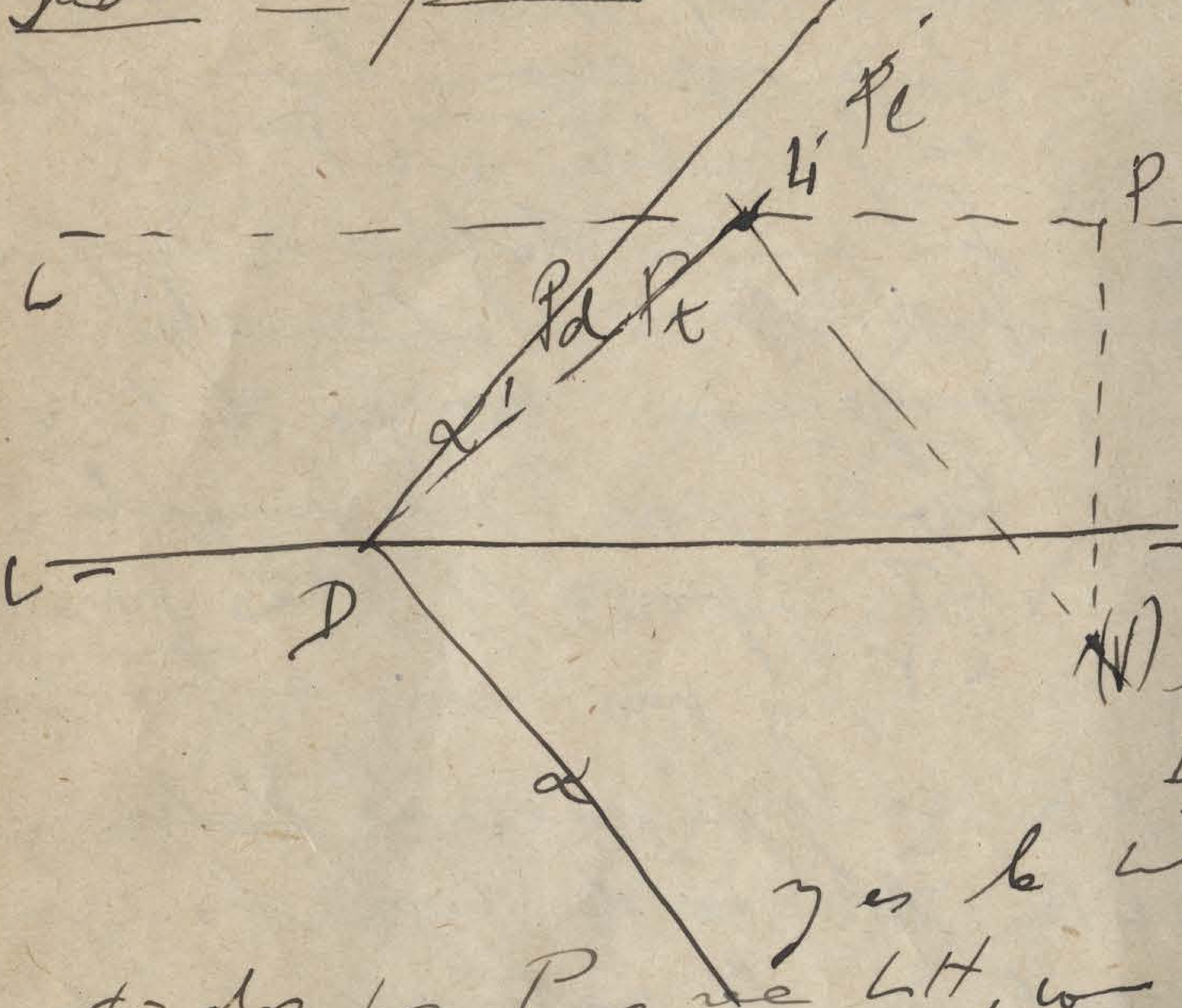


Recta paralela al plano del cuadro rr': La perspectiva de la proyección horizontal es paralela a LT. Su punto doble es impropio. Para hallar la proyección horizontal se traza por P una paralela a LT y por (V) otra paralela a r, y por ser estas dos



paralelas, el punto límite es impropio. Se determina por dos puntos cualquiera AA' y BB'. AA' es la traza horizontal y también su perspectiva M intersección de A'P con A(V). La perspectiva de la proyección horizontal BB'' de BB' es N_1, intersección de B''P con B(V). La perspectiva directa es la intersección de la perpendicular a LT trazada por N_1 con una horizontal que pasa por B' y es paralela a B''P o a B'P. Basta hallar el punto M, pues se sabe que s_1 es paralela a LT y pasa por M, y s une a M con el punto doble, que es el impropio de r'.

Dado un plano en diédrico representarlo en perspectiva



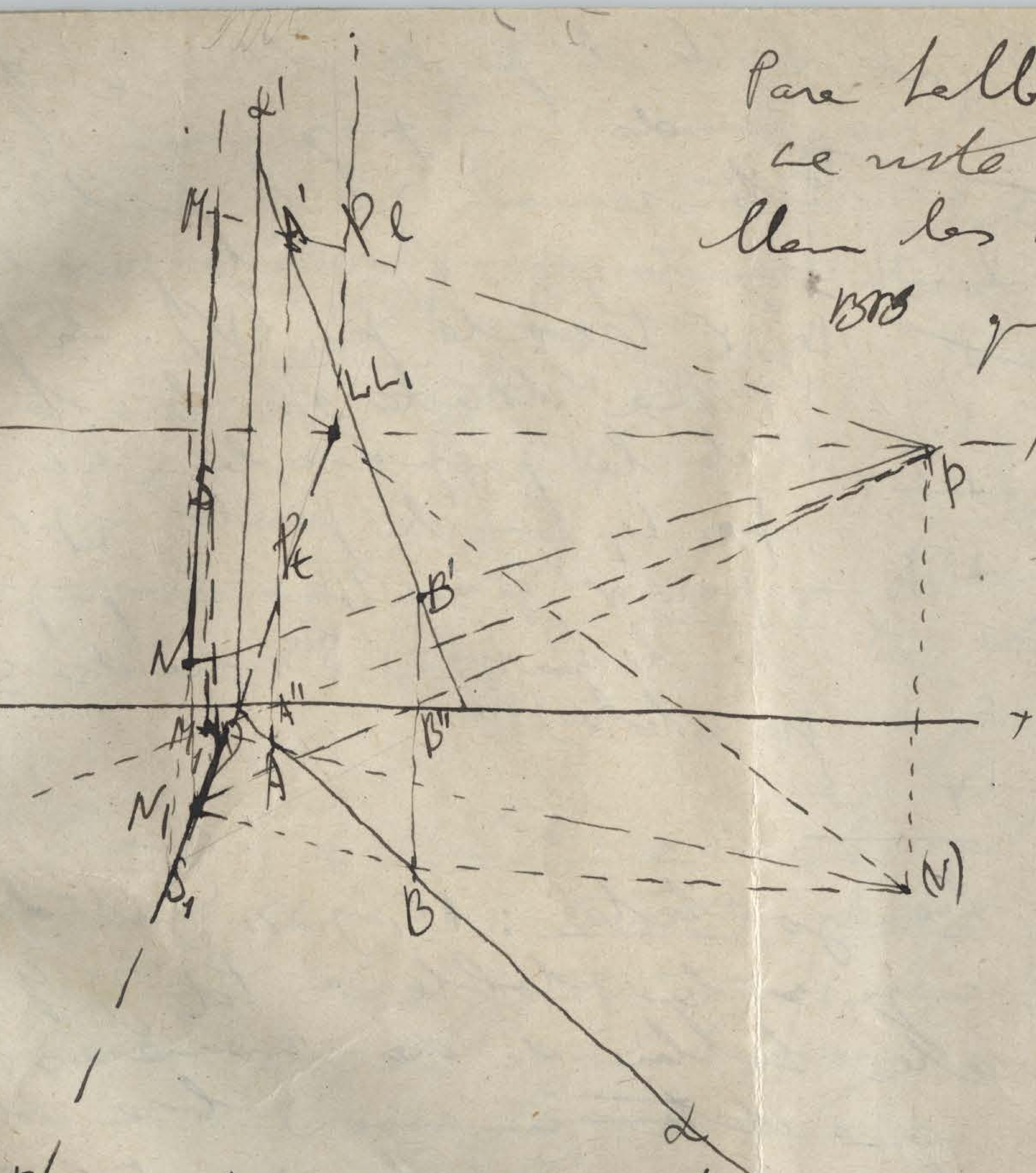
La traza vertical es la recta doble Pd que no varía. La recta traza es la traza horizontal que tenga que representar en perspectiva. Por estar en el plano horizontal tiene una sola perspectiva de la que se conoce el punto doble D. El punto ~~doble~~ límite está en la

y es la intersección de la paralela a LH, con la paralela a α trazada por P

trazada por P a la LH, con la paralela a α trazada por P.

Pt es la traza y por tanto pasa Pl que es paralela a Pd.

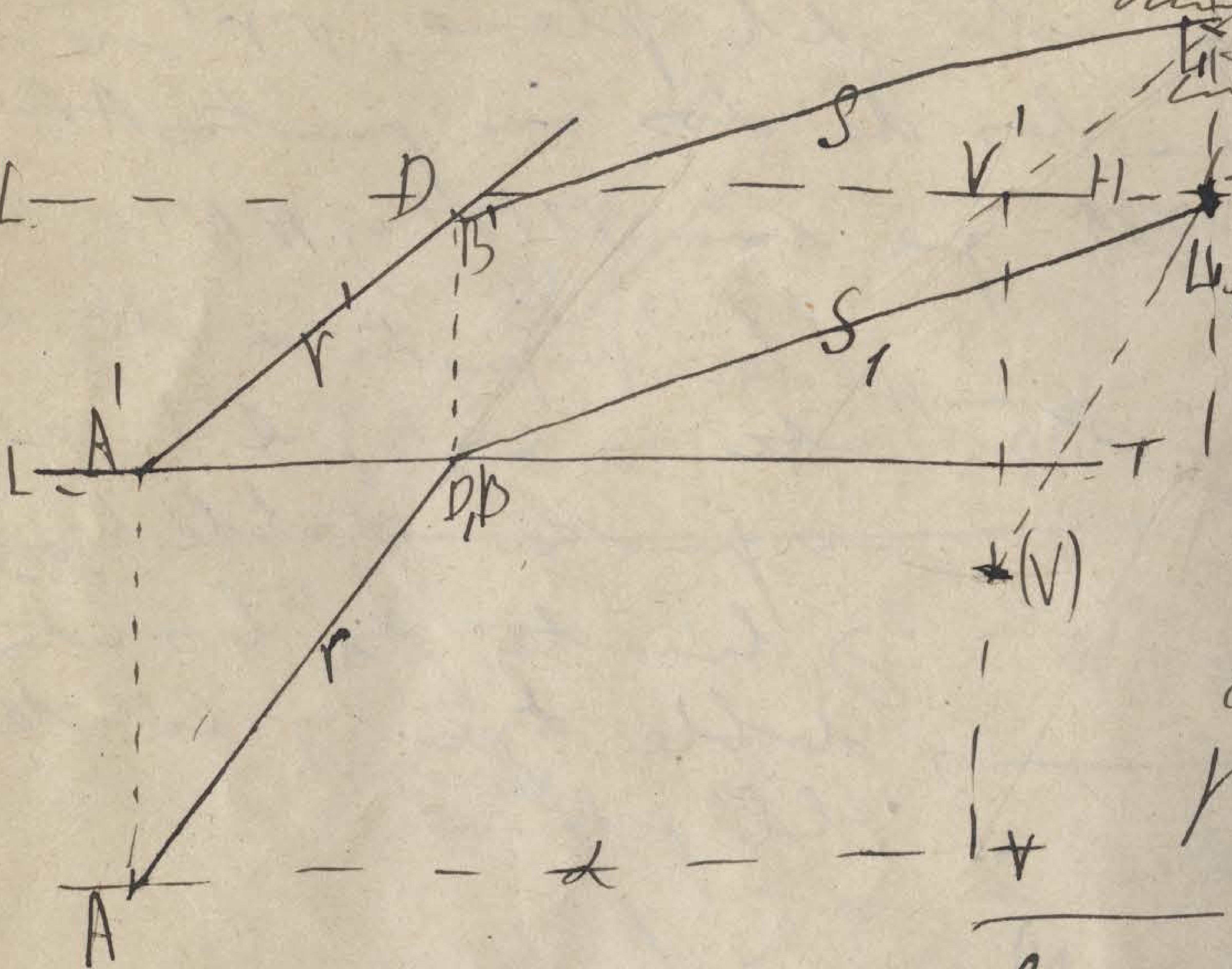
Plano perpendicular al horizontal: αα': La recta doble es α' que no varía. Para hallar la perspectiva de α se halla la de un punto límite porque D no varía. La perspectiva del punto límite es LL, intersección de la paralela a LT por P con la paralela a α por ~~La recta~~ doble es Pd, la traza DL y la límite es paralela a Pd y pasa por LL,



Para hallar la perspectiva de la recta del plano, rr' se hallan las de dos sus puntos AA' y que son MM' y NN'

La perspectiva de la recta es SS1 que tiene sus puntos doble, traza y límite en las rectas doble traza y límite del plano.

Representar en perspectiva una recta dada en dirección y que corte al plano horizontal en su intersección con el plano de desvanecimiento: rr' que tiene su traza horizontal en α, traza horizontal del plano de desvanecimiento



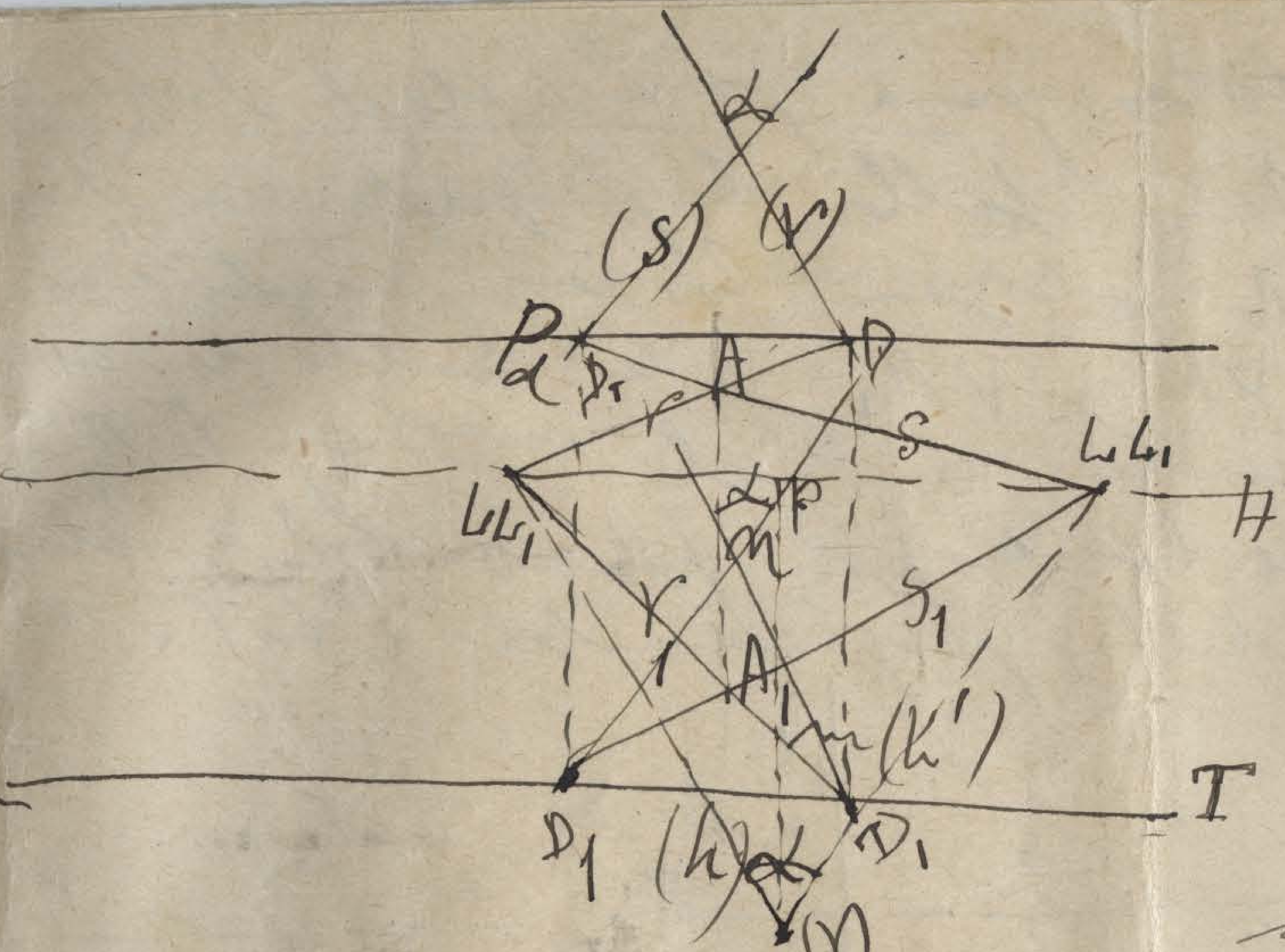
El punto doble es BB'. Se halla el punto límite, determinando su proyección horizontal intersección de la paralela a ... trazada por V', con la paralela a r trazada por (V). La perspectiva directa es la intersección de la perpendicular a LT trazada por L_1, con la paralela a LT trazada por V', o sea L. La perspectiva de la recta es SS_1, siendo S y S_1 paralelas.

<u>Angulo</u> <u>de</u> <u>dos</u> <u>rectas</u> <u>horizontales</u>: AV_1 y SS_1 situadas en el plano horizontal cuya recta doble es Pd y que se cortan en AA_1. Se puede hallar de dos maneras:

1) Abatiendo el plano que determinan sobre el cuadro

2) Por ser horizontales, su proyección horizontal en sistema diédrico da el ángulo pedido.

1) <u>Por abatimiento</u>: El eje de giro es Pd. Se abate el punto AA_1, para lo cual se abaten dos rectas que pasan por él rr_1 y SS_1, de lo que ~~basta~~ abatir sus puntos

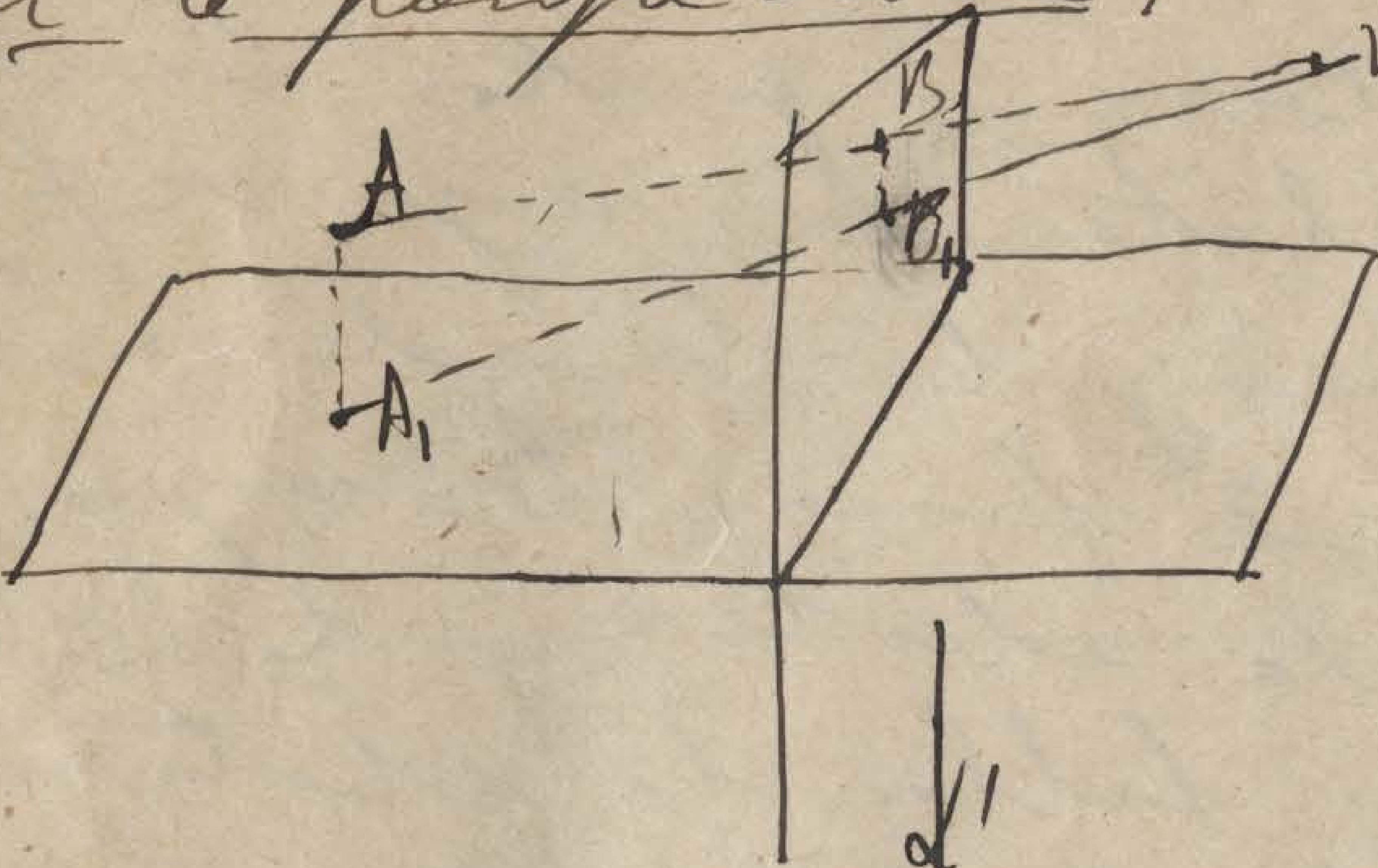


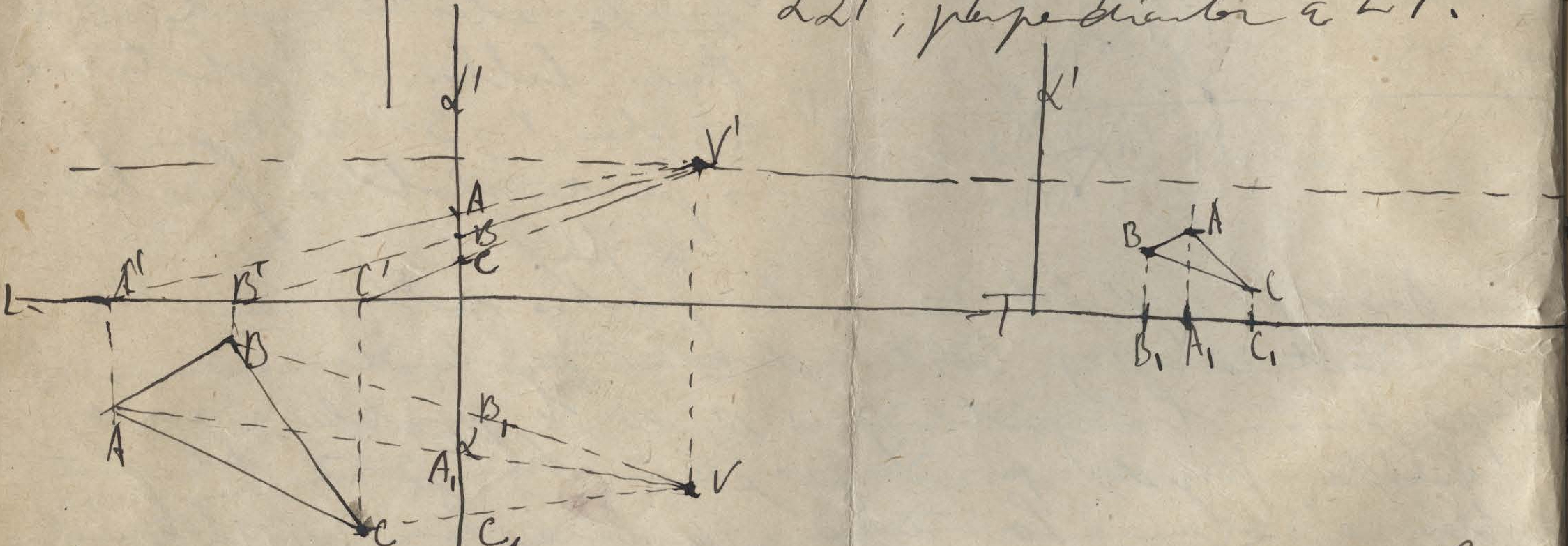
pues sus puntos dobles no cambian. Para abatir sus puntos límites se abaten los rayos de fuga. El ángulo buscado es el que forman los rayos de huida abatidos, $\alpha = (h)(h')$. Para hallar los abatimientos de r y s se trazan por sus puntos dobles paralelas a h y (h').

2) Pasado a diédrico: Los puntos dobles son las trazas verticales y basta determinar la dirección de la proyección horizontal de rr_1, es la paralela a su rayo de huida trazado por la proyección horizontal del punto doble o sea m. Lo mismo se hace con ss_1, obteniéndose ... que forman el ángulo α.

3ª) Método de Rayos vectores para pasar del diédrico a la perspectiva.

Para hallar la perspectiva de AA_1 se trazan los rayos vectores VA y VA_1 y se halla su intersección con el cuadro, BB_1.
Se toma por plano del cuadro LL', perpendicular a LT.





Representar en perspectiva el triángulo ABC del plano horizontal. Se trazan los rayos vectores VA VA' VB VB' VC VC' que cortan al cuadro en AA_1 BB_1 CC_1. Se abate el cuadro sobre el plano ~~horizontal~~ vertical alrededor de la traza vertical L, resultando el triángulo ABC $A_1B_1C_1$

Imagen de un punto respecto de un plano: es el punto simétrico del dado respecto de este plano.

Plano perpendicular a la línea de tierra P_d P_t P_l:

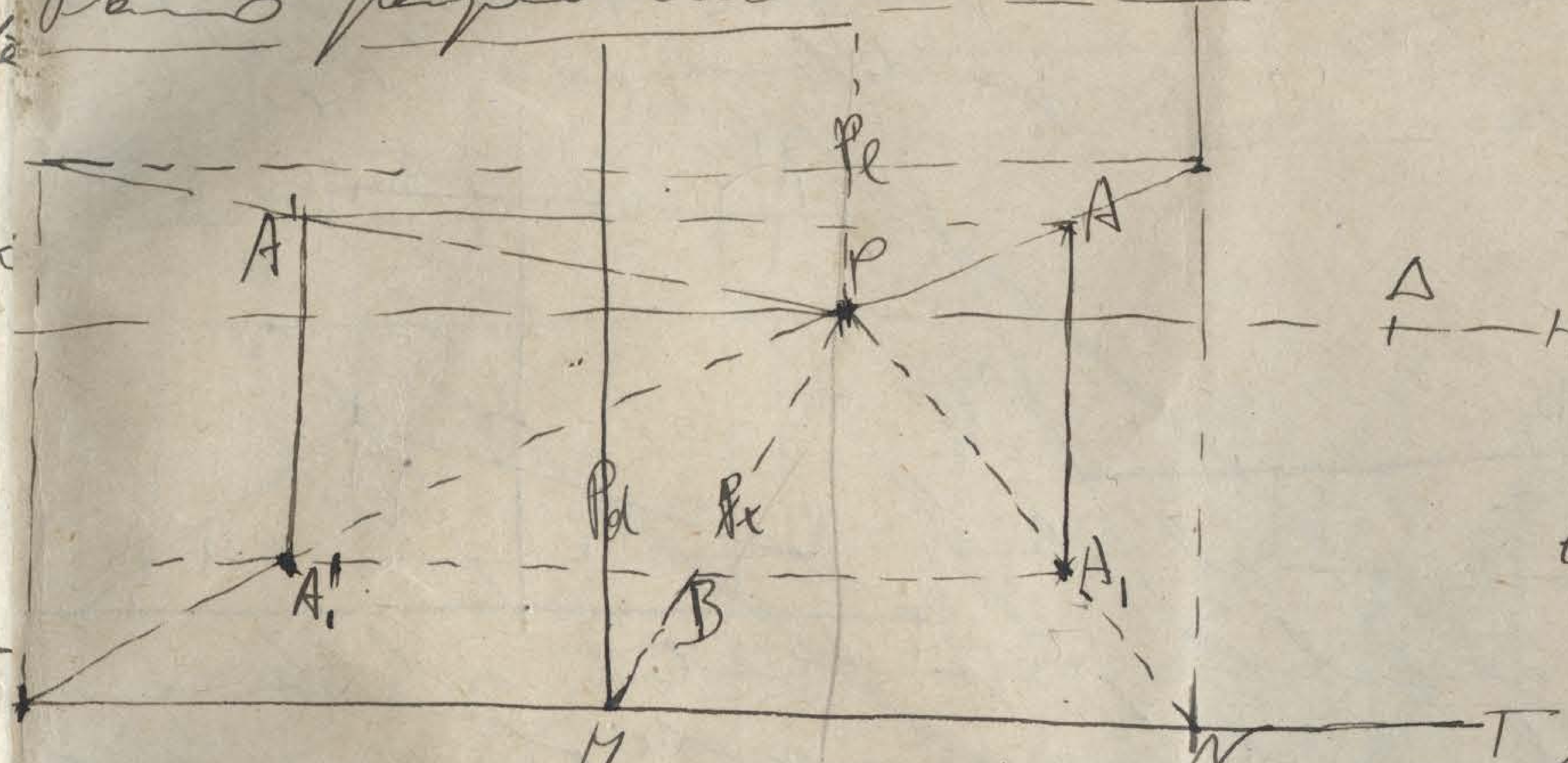
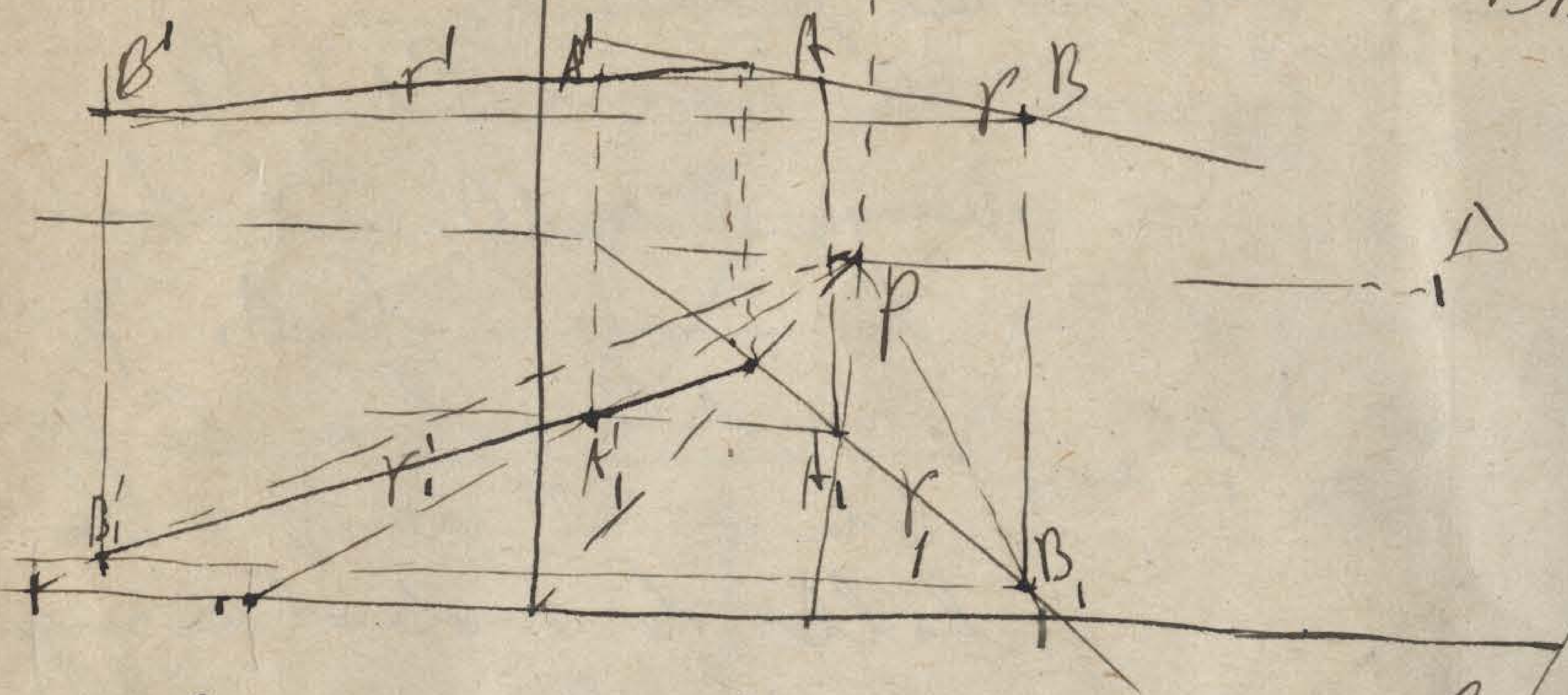
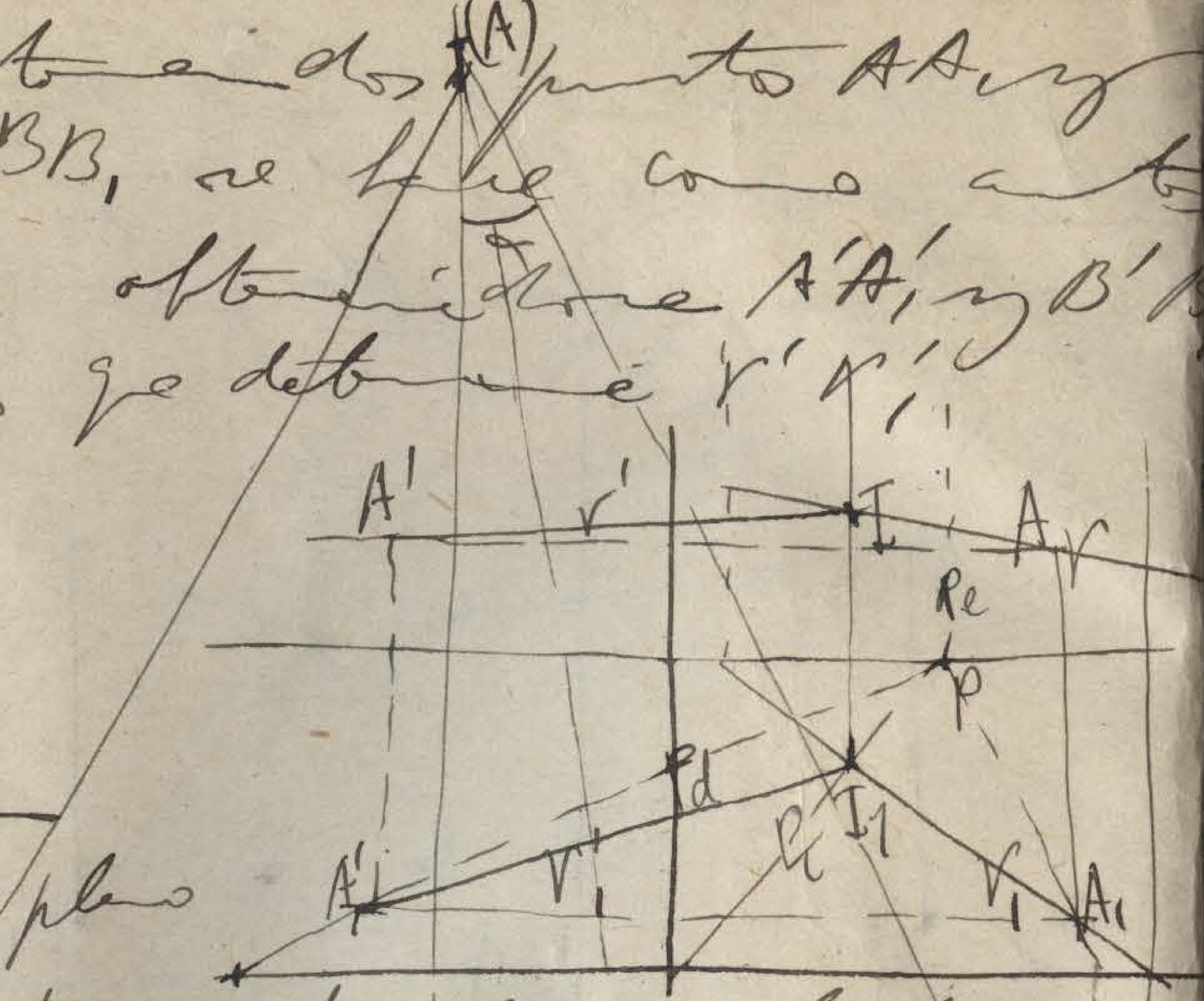


Imagen de AA_1. Se halla la imagen de A_1 que estará sobre la paralela a LT por A_1'. Se halla la verdadera magnitud de BA_1 y se lleva en perspectiva en BA_1'. La verdadera magnitud de BA_1 es MN que se lleva en MQ. $A_1'B$ es su magnitud en perspectiva. Se toma $\overline{AA_1}$ en verdadera magnitud y se doble en perspectiva llevándolo en $\overline{A'A_1'}$. Como comprobación:

$\overline{AA_1} = \overline{A'A_1'}$.

Imagen de una recta: Se halla la de dos de sus puntos, o su intersección con el plano y otro punto, o se traza en el plano perpendicular al dado que pasa por la recta, una recta que forme con el plano dado el mismo ángulo que forma la recta dada y que esté situado al otro lado. 1/ Si se toman dos puntos AA_1 y BB_1 se halla como antes obteniéndose $A'A'_1$ y $B'B'_1$ que determinan $r'r'_1$





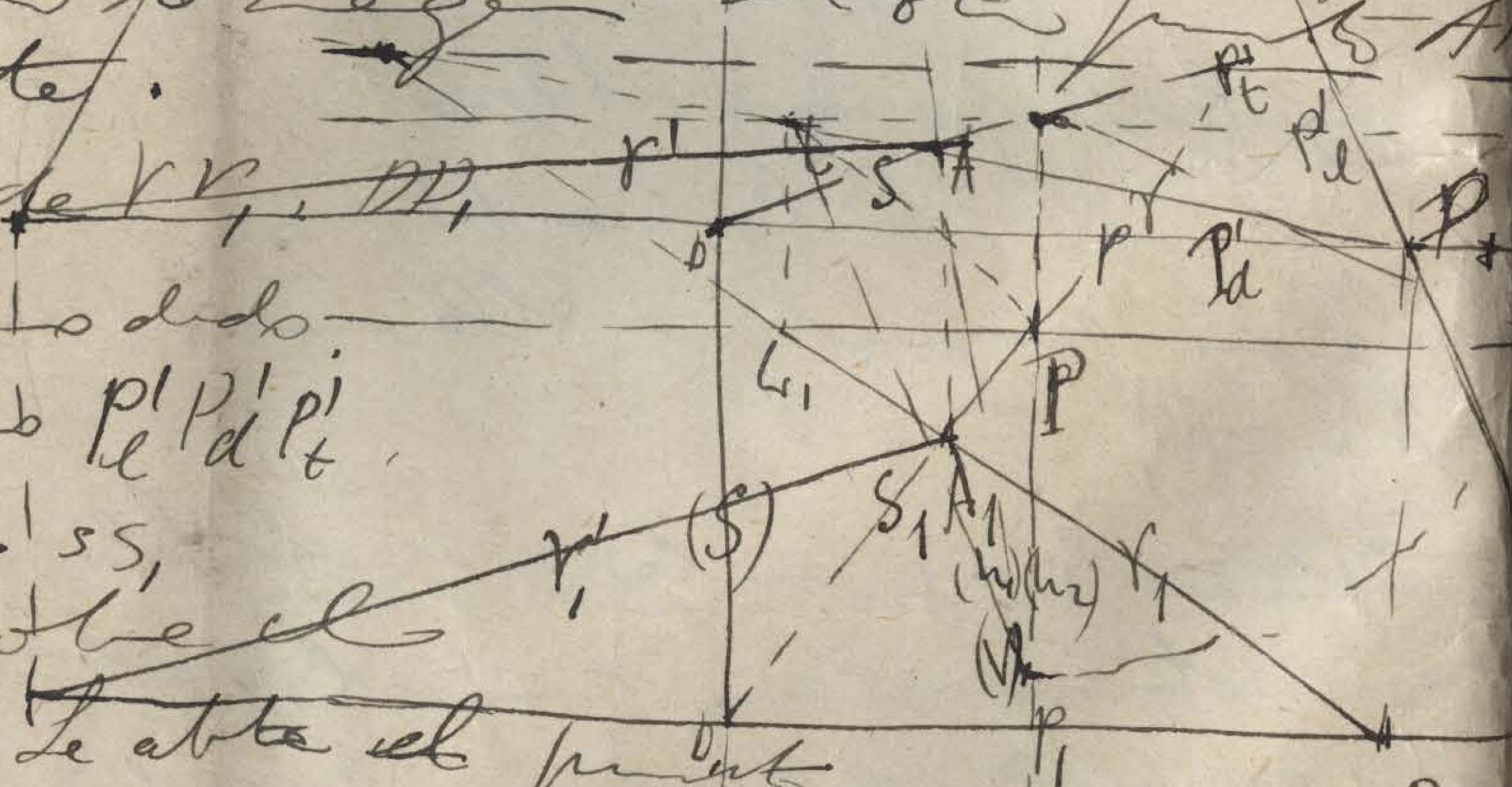
2/ Hallando la intersección con el plano por medio de un plano auxiliar perpendicular al horizontal se obtiene II_1. Hallando la imagen de otro punto AA_1 se obtiene la de la recta.

3/ Se traza por un punto de VV_1, DD_1 una perpendicular pp_1 al plano dado.

VV_1 y PP_1 definen el plano $P'_l P'_d P'_t$

que corta al plano dado en SS_1

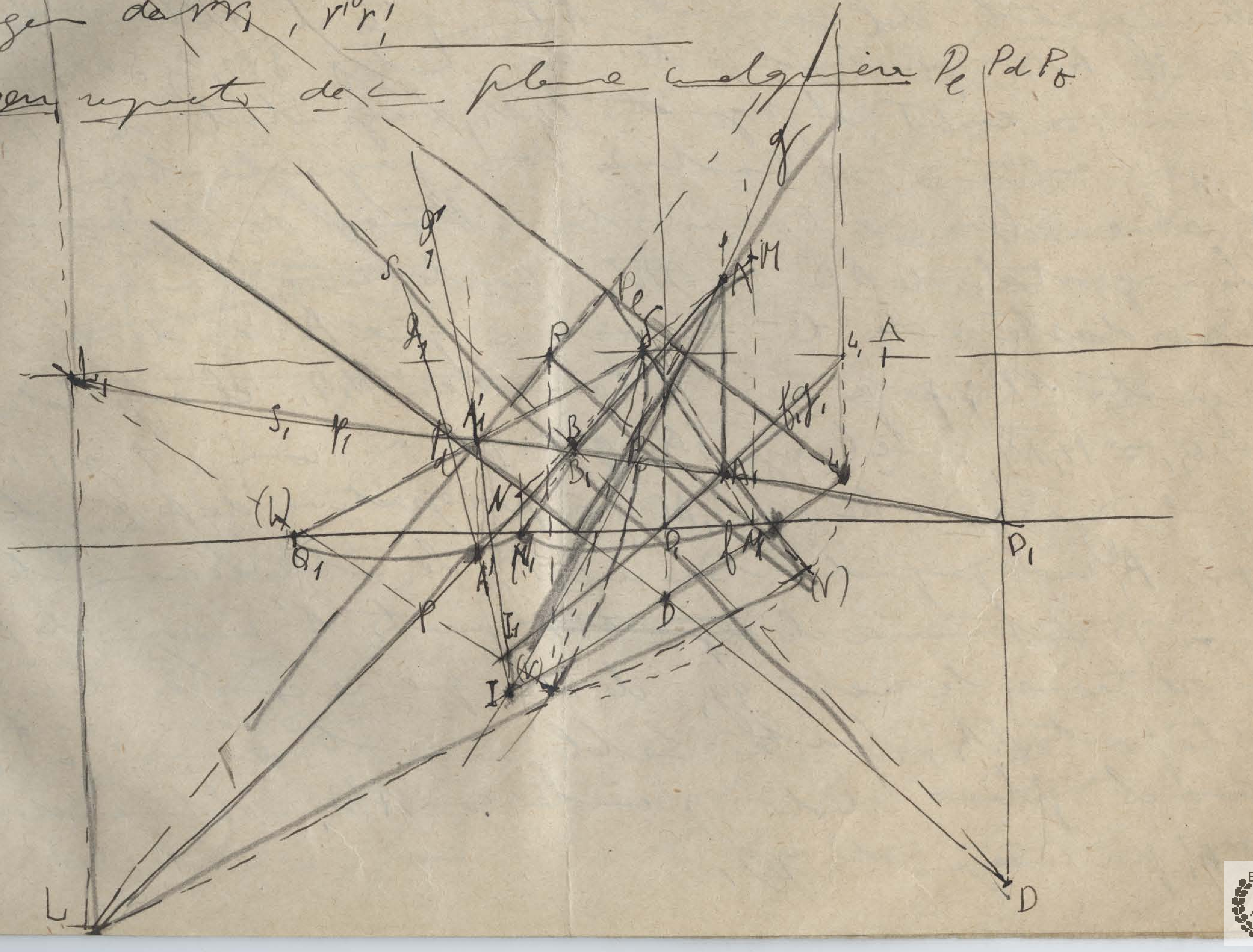
El plano $P'_l P'_d P'_t$ se abate sobre el cuadro alrededor de P'_d. Se abate el punto AA_1 para lo que se abaten dos rectas que pasan por él, r y SS_1. Los abatimientos de los rayos de luz de h son (h_1) y (h_2).



(A) es el abatimiento de A

y 3ª formen el ángulo α. Se traza (r') que es simétrico de (r) respecto de (s) y se desabate obteniéndose por imagen de rr_1, $r'r'_1$

Imagen respecto de un plano cualquiera P_e P_d P_o

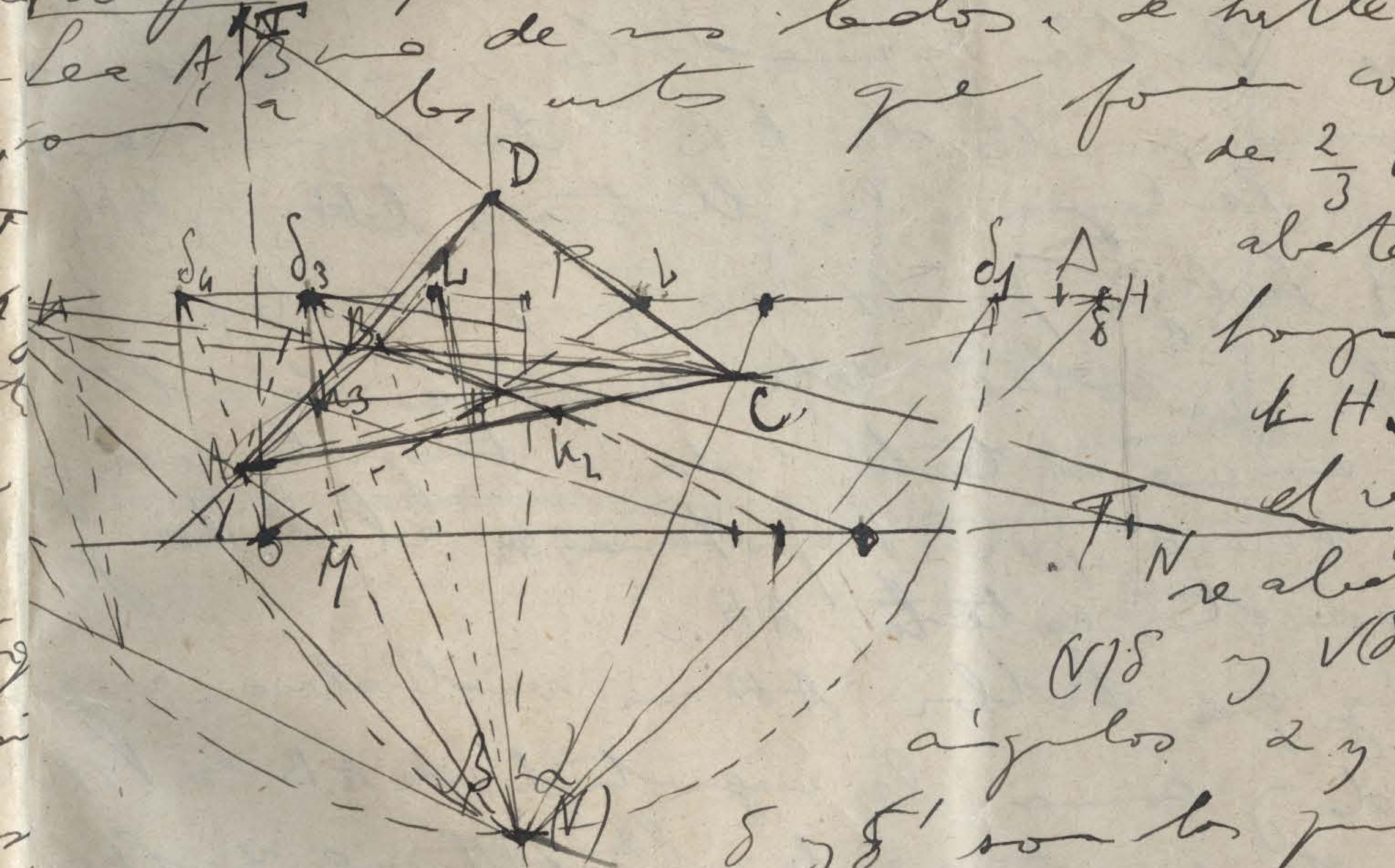


un punto AA_1. Se traza por él una perpendicular pp_1 al plano, se halla su intersección BB_1 con éste. Se halla la magnitud del segmento $\overline{AB}$ que se obtiene hallada la de $\overline{A_1B_1}$ por medio de dos rectas δM_1 y δN_1 que terminan en LT el segmento $\overline{M_1N_1}$, magnitud de A_1B_1 por cuyos extremos se trazan dos perpendiculares a LT y sobre ellas se toman las alturas de los puntos A y B. La magnitud de $\overline{AB}$ es $\overline{MN}$. Basta construir un punto que diste de B lo mismo que A. es decir el segmento $\overline{AB}$; para eso se toma en N_1Q_1 el segmento $N_1Q_1 = M_1N_1$. Se traza δQ_1 que forma con LT y p_1 ángulos iguales y se obtiene $\overline{B_1A'_1}$ por perspectiva de A_1B_1. Levantando por A'_1 una perpendicular a LT, la intersección de esta con p determina el ~~segmento~~ punto A' imagen de A.
Si se tiene la recta gg_1 de la que se conoce la imagen del punto AA_1, basta hallar su intersección II_1 con el plano dado y unirla con $A'A'_1$, obteniéndose $g'g'_1$ por imagen de gg_1.

Representación de polígonos en perspectiva:

Triángulo equilátero situado en el plano horizontal

Sea AB uno de sus lados. Se halla el punto límite de los rectos que forman con este un ángulo



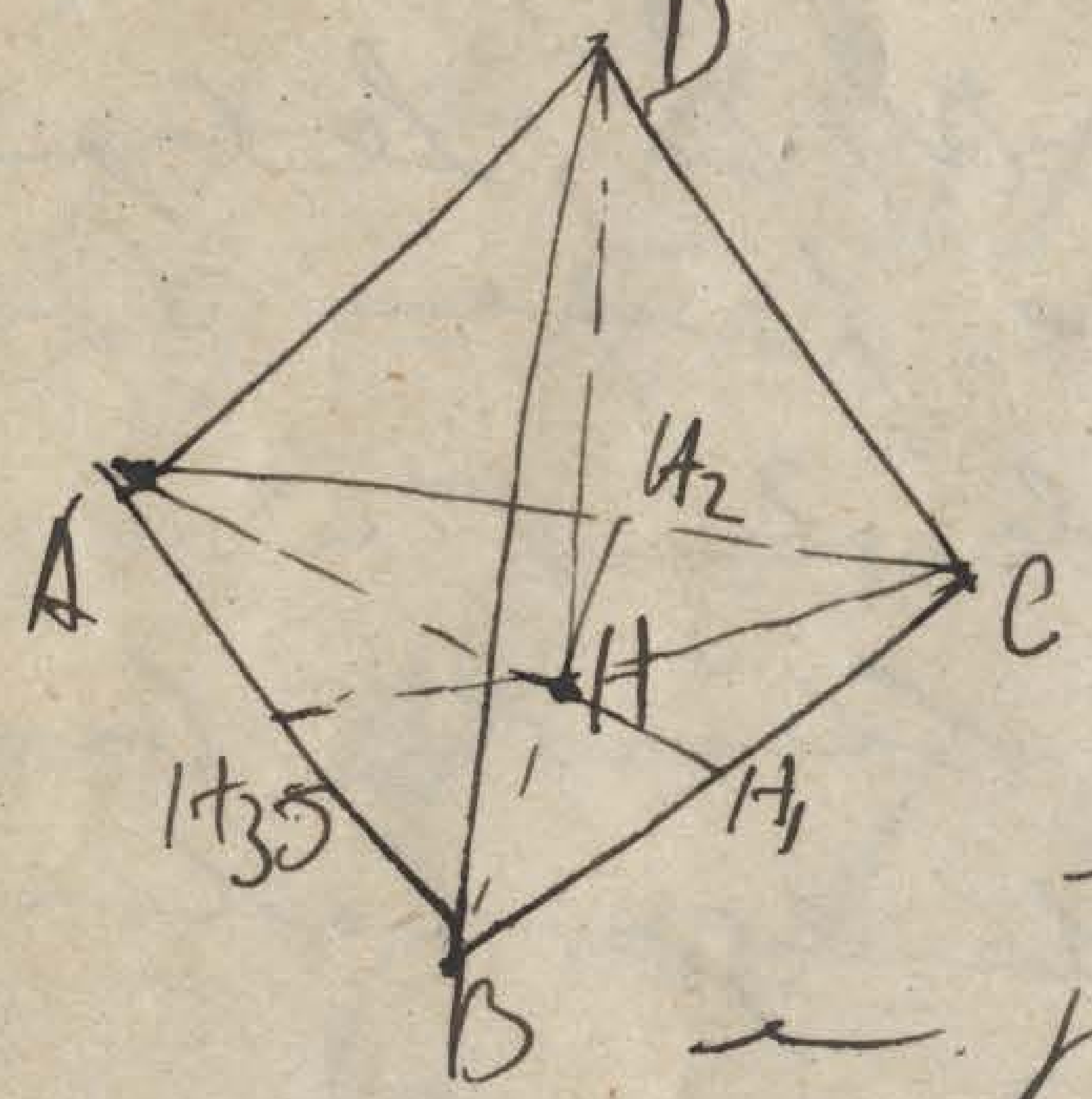
de $\frac{2}{3}$ r. Para eso se abate el plano del horizonte alrededor de la H. V viene a (V) y el rayo de fuga de AB se abate en (V) L. Se trazan (V) δ y (V) δ' que forman los ángulos α y β de $\frac{2}{3}$ r.

δ y δ' son los puntos límites buscados.

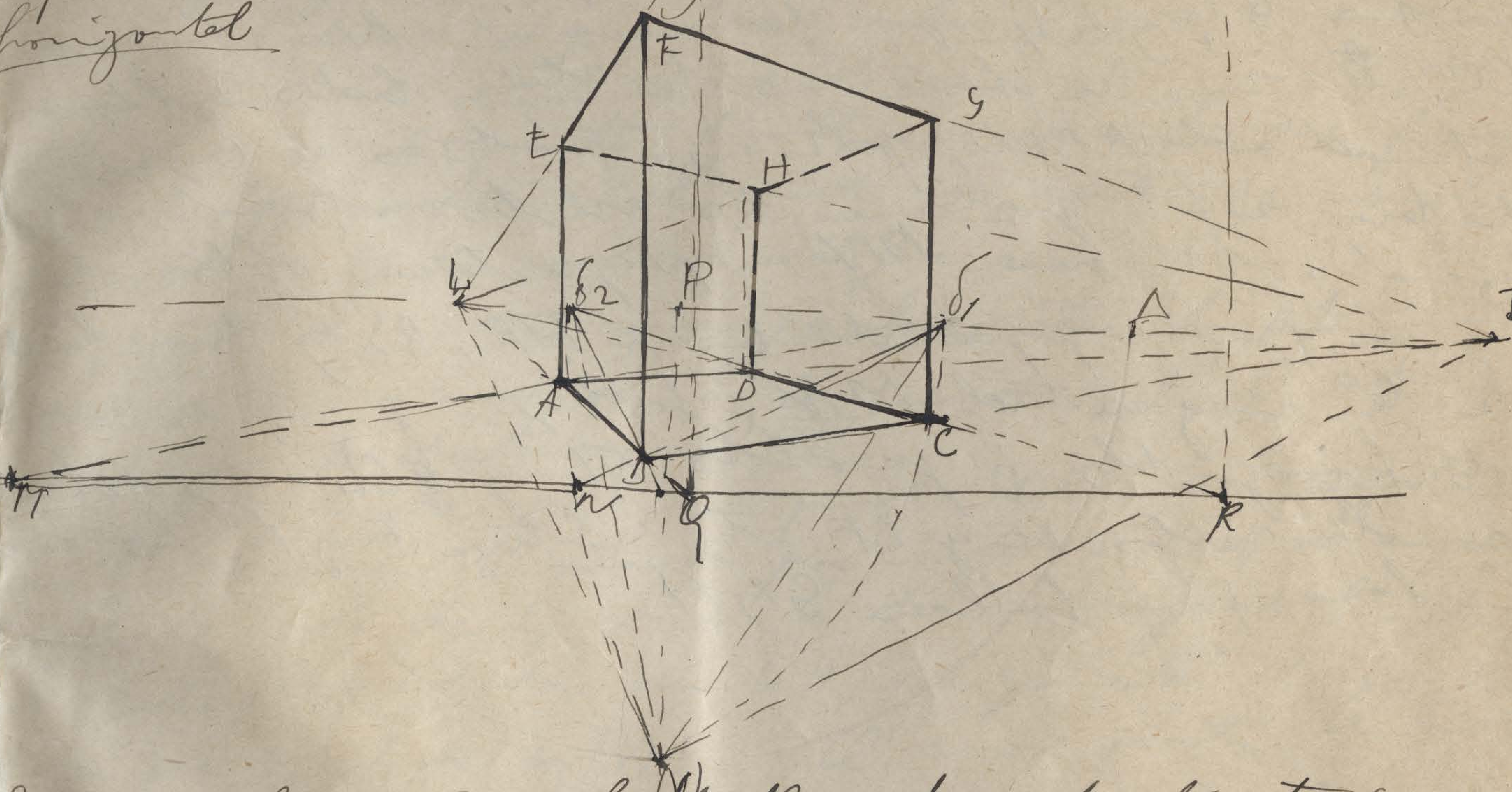
Trazando Aδ y Bδ' se obtiene el triángulo equilátero ABC en perspectiva.

Para hallar el tetraedro que tiene por base este triángulo, se halla la altura. Primero se determina el centro de ABC, para lo cual lo que hallar el punto medio de sus lados. Para hallar el de AB se trazan por A y B rectas que formen con LT y AB ángulos iguales, que determinarán el segmento MN cuyo punto medio se halla y uniendolo con δ_2 se obtiene el punto H_3 como medio de AB. ~~Lo~~ mismo se hace con AC obteniendo H_2. Se trazan las distintas CH_3 y BH_2 que se cortan en H se traza por H una perpendicular al plano horizontal y sobre ella se toma la altura del vértice D que es un cateto de un triángulo rectángulo que tiene por hipotenusa al lado y por otro cateto AH.

Hay que hallar AH en verdadera magnitud y como la magnitud de AB es MN se puede construir la altura H_1 que se lleva en perspectiva en DH



Representación del cuadrado y cubo: cuadrado en el plano horizontal



Se da un lado AB. Se halla el punto límite común [a] las rectas del plano horizontal perpendiculares a esta [qu]e es L1'. AL1' y BL1' serán dos lados. Se halla la verdadera [mag]nitud de AB que es MN y se halla en perspectiva [la] BL1'. ~~[illegible]~~ para lo cual se lleva en QR y se toma p

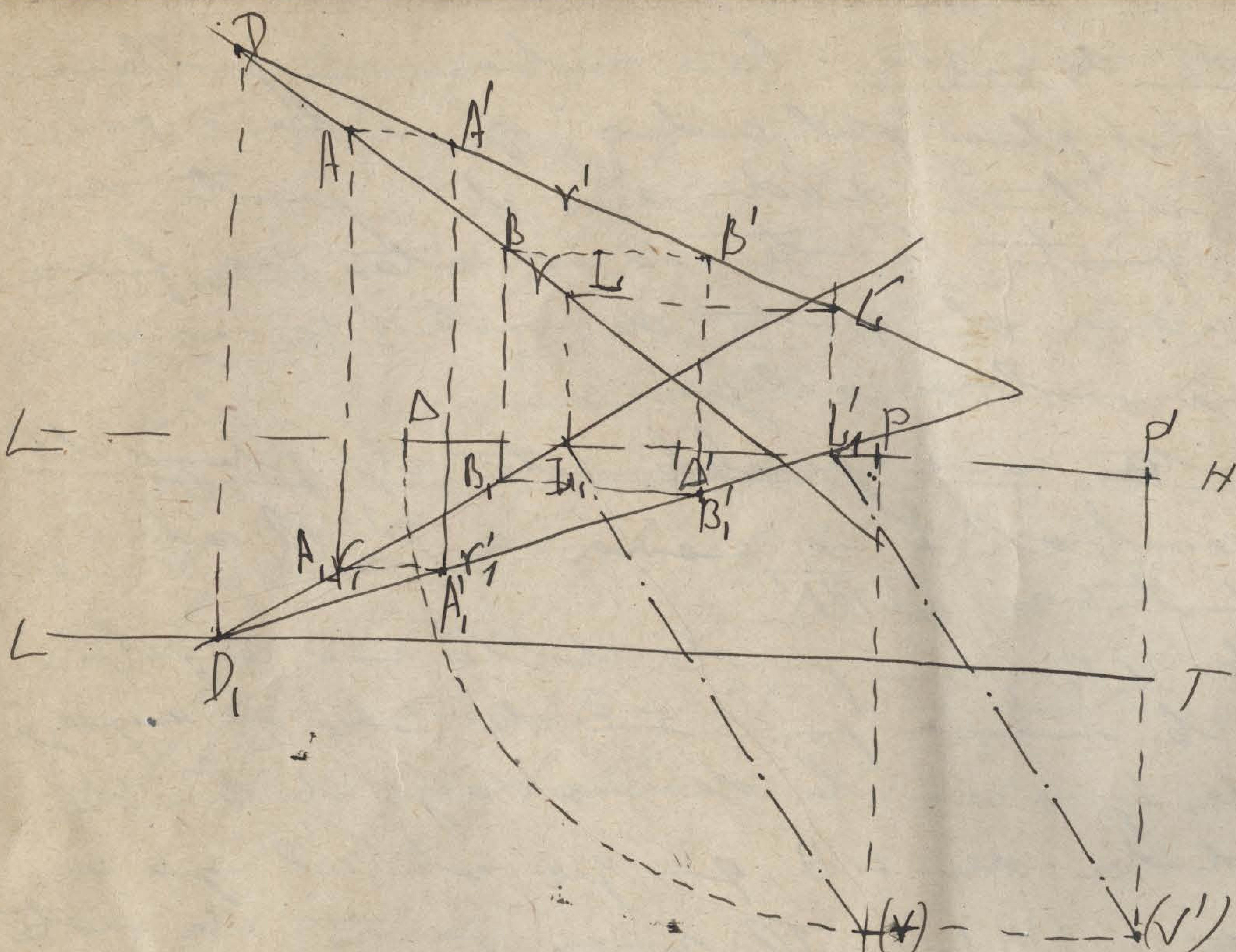
Q y R rectas que forman ángulos iguales con LT y BL' que son QS, y RS que determinan en BL' el segmento BC. Lo mismo se hace con los otros lados obteniendo el cuadrado ABCD, por cuyos vértices se trazan perpendiculares a LT que serán las aristas verticales, sobre las cuales se toma MN en perspectiva, obteniendo trazando por S una perpendicular a LT, QS y tomando sobre esta la magnitud MN. Se trazan por Q y S dos rectas horizontales o paralelas QL y SL que determinan en las aristas AE y BF los vértices E y F. Lo mismo se hace para hallar G y H.

Cambios de punto de vista: Para resolver un problema, puede cambiar el plano del cuadro, que se hace por intermedio del sistema diédrico, o el punto de vista, pues si el punto límite de una recta cae fuera del dibujo, se acerca el punto de vista, se resuelve el problema y se vuelve a alejar.

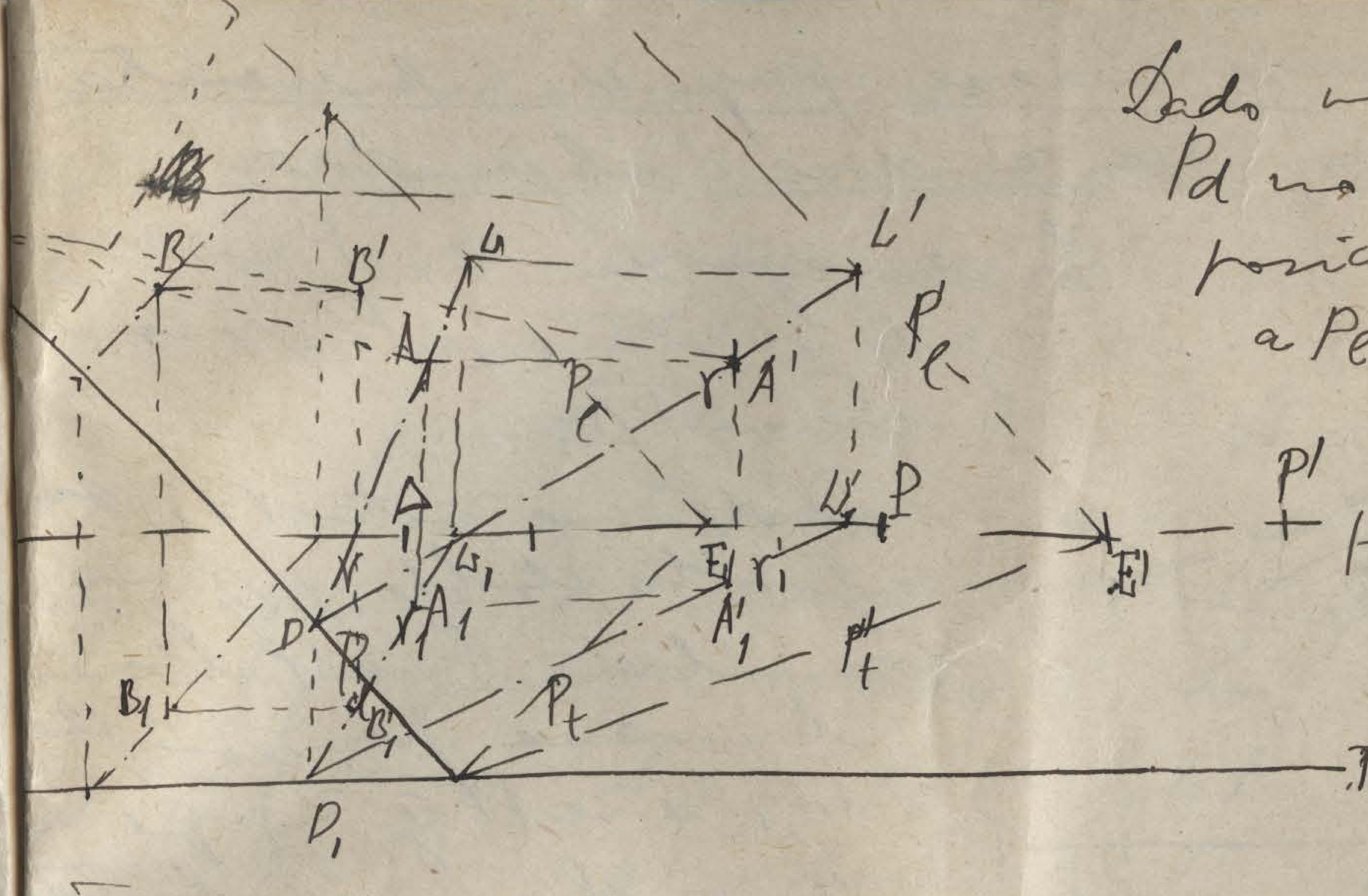
El punto de vista se mueve paralelamente al plano del cuadro: $\overline{P\Delta}$ no cambia. P se mueve a P'. El radio del círculo de distancias es $\overline{P'\Delta'}$

Si se tiene una recta VV_1, su punto doble no cambia. Hay que buscar la nueva posición de LL_1. Se empieza por hallar la de L_1 o sea la de su rayo de huida. Se abate V abatiendo LH, en que está el rayo de fuga que se abate en $(V)L_1$. El nuevo punto de vista se abate en (V') y el rayo de fuga de V_1 será $(V')L_1'$, paralelo a $(V)L_1$. Luego L_1' es el nuevo punto límite de la proyección horizontal y L' el de la recta, que será $V'V_1'$.

Lo que se mueve L, que es LL' es igual a lo que se mueve V, lo que $\overline{VV'} = \overline{LL'}$

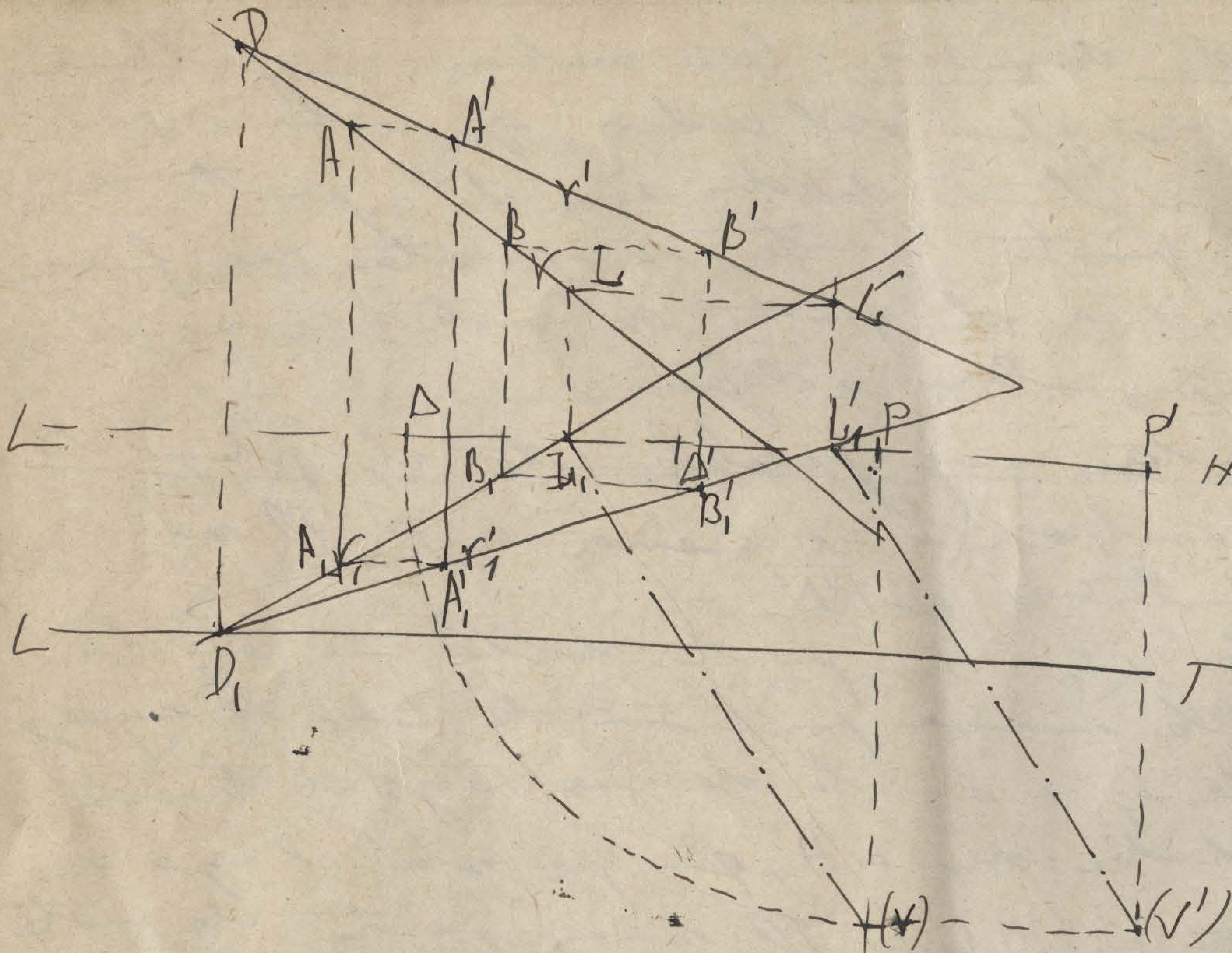


Al cambiar el punto de vista en diédrico, paralela-
mente al cuadro, todos los puntos corren distancias
iguales. En perspectiva no se ven estas distancias
iguales, porque dos puntos AA_1 y BB_1 van a $A'A'_1$ y $B'B'_1$ de
siendo $AA' < BB'$

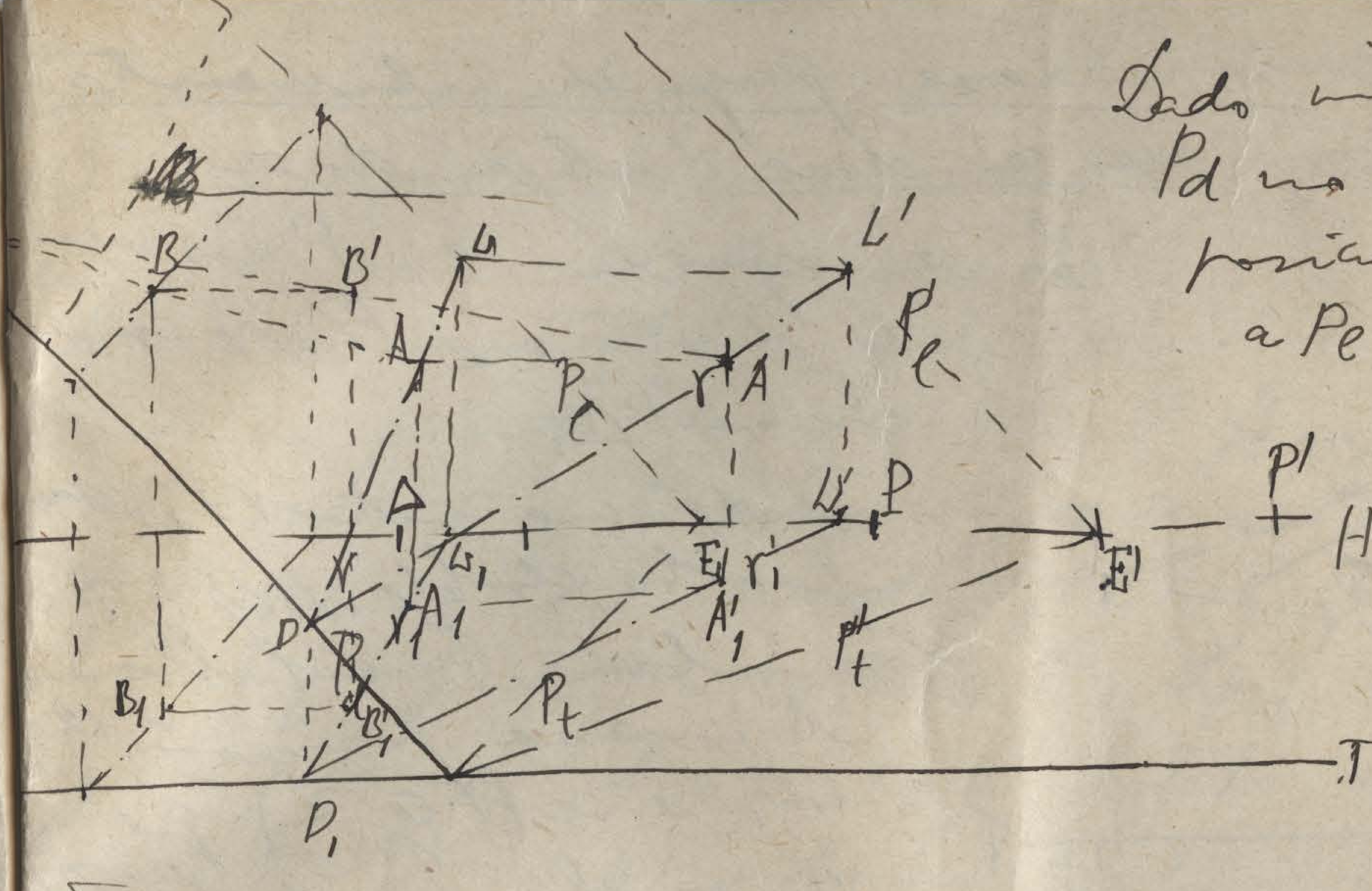


Dado un plano Pd Pt Pe.
Pd no cambia. La nueva posición de Pe será paralela a Pe. Luego basta ver adonde va E, intersección de Pe' con LH. Se mueve sobre LH y distará de E, lo que P' de P.
$\overline{PP'} = \overline{EE'}$
Por t' se traza P'e paralela a Pe.

Dado un punto AA1 del plano, A vendrá sobre la paralela a LT. La línea pasar por A la recta rr1, cuyo punto doble DD1 no varía y LL1 va L'L1'. La recta va r'r1', y el elemento AA1 va a A'A1'.
la figura A--- y la A'E--- son homológicas siendo, Pd el eje y centro de la homología el punto impropio de LH.
En esta homología se traslada BB1 que va a B'B1'.



Al cambiar el punto de vista en diédrico, paralelamente al cambio, todos los puntos corren distancias iguales. En perspectiva no se ven estas distancias iguales, porque dos puntos AA_1 y BB_1 van a $A'A'_1$ y $B'B'_1$ de siendo $AA' < BB'$



Dado un plano $P_d P_t P_e$.
P_d no cambia. La nueva posición de P_e será paralela a P_e. Luego basta ver adonde va E, intersección de P_e' con LH. Se mueve sobre LH y distará de E, lo que P' de P.
$\overline{PE'} = \overline{EE'}$.
Por E' se lleva P_e' paralela a P_e.

Dado un punto AA_1 del plano, A vendrá sobre la paralela a LT. Se hace pasar por A la recta rr_1, cuyo punto doble DD_1 no varía y LL_1 va a $L'L_1'$. La recta va a $r'r_1'$, y el punto AA_1 va a $A'A_1'$.
La figura A--- y la A'_E--- son homológicas siendo P_d el eje y centro de la homología el punto impropio de LH.
En esta homología se traslada BB_1 que va a $B'B_1'$

2) El punto de vista se mueve perpendicularmente al plano del cuadro, acercándose ó alejándose.

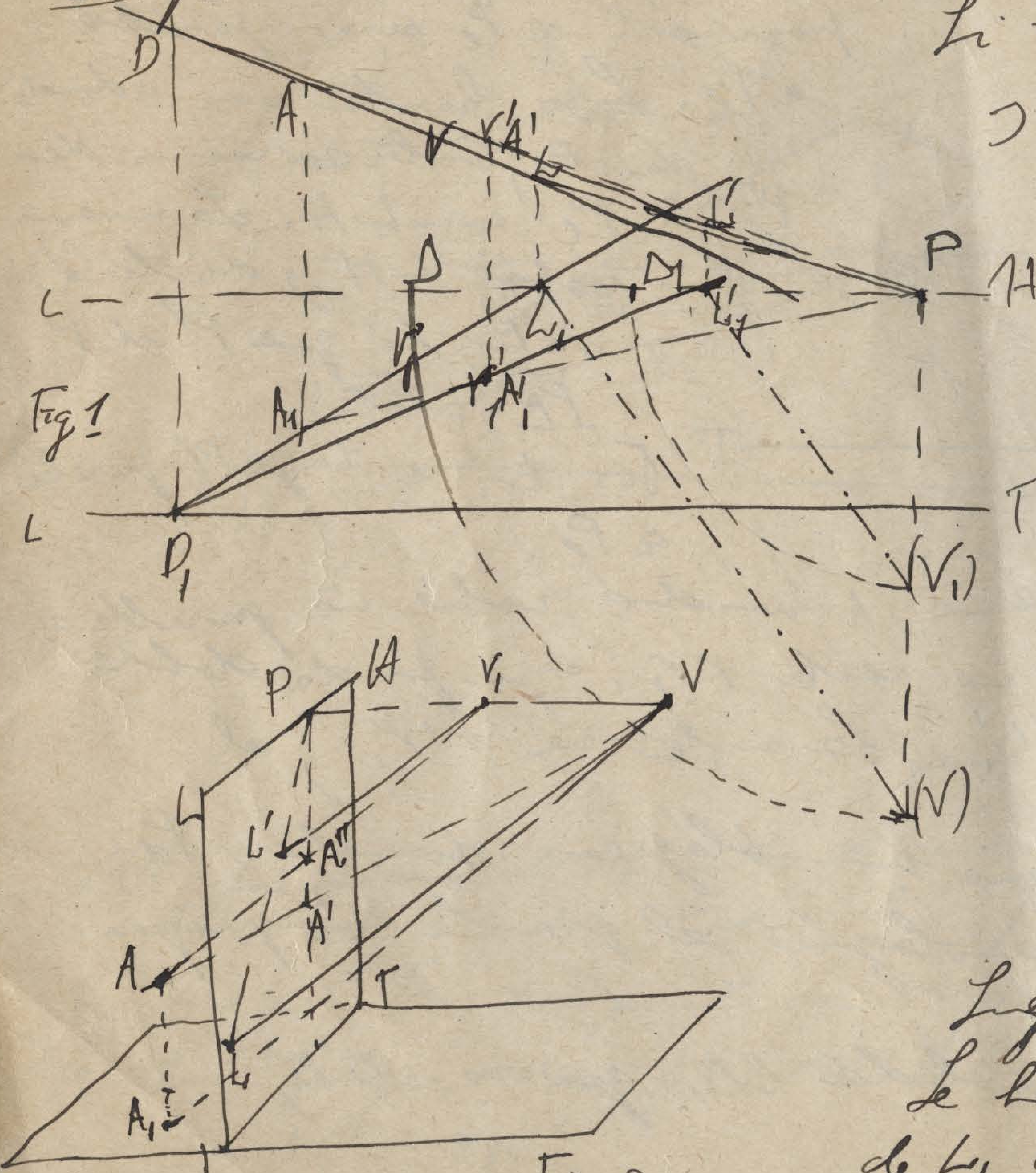


Fig 2

Si se aproxima, P no varía y la distancia $\overline{P\Delta}$ se convierte en $\overline{P\Delta_1}$.

Dado que la recta VV_1 ... punto doble $D\Delta$, no cambia. Para hallar la nueva posición de LL_1, se ve (Fig 2) que si VL es el rayo de huida y V va a V_1, el nuevo rayo de huida V_1L' es paralelo al anterior y VL y V_1L' están en un plano, en el que está VP. Luego P, L y L' están alineados.

Luego (Fig 1) L' estará en PL. Se halla la nueva posición de L_1, o sea de su rayo de h...

Si esta se abate en $(V)L_1$, el nuevo se abatirá en $(V_1)L_1$ y trazando por L_1 una perpendicular a LH, la intersección de esta con PL será I'

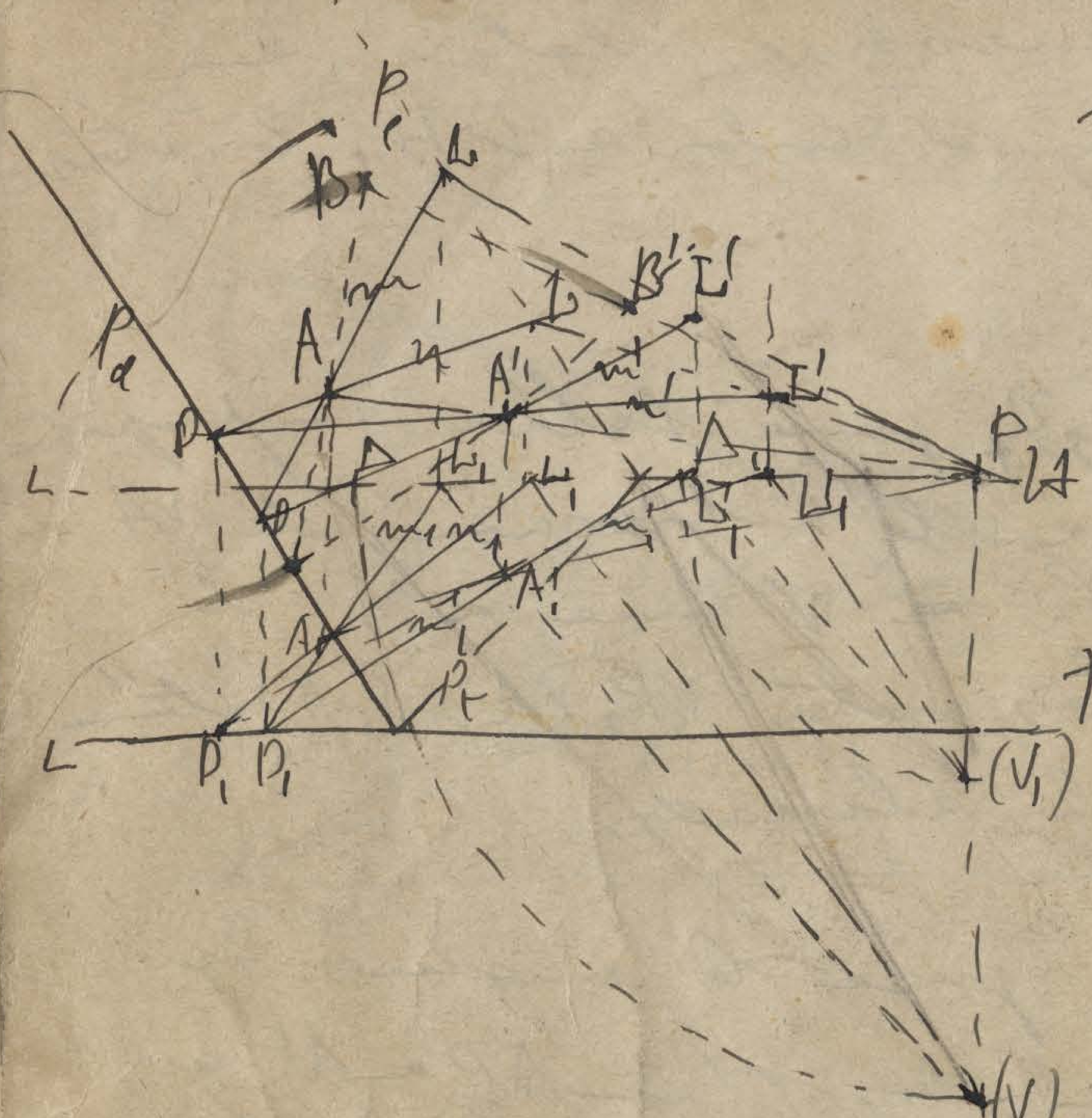
La recta será $V'V'_1$, DL' $D_1L'_1$.

Dado un punto de esta AA_1 .. (Fig 7) para hallar su perspectiva se une con V, y la perspectiva será la intersección de VA con el plano del cuadro, A'. Si ~~se~~ V viene a V_1, la nueva perspectiva es ~~…~~ A''. Las rectas VP, VA y V_1A están en un plano, luego $PA'A''$ están alineados

Luego (Fig A) en AP estará A'

Con las proyecciones horizontales presenta mismo y A'_1 estará en A_1P. La intersección de V' con AP es A' y la de V'_1 con A_1P es A'_1 que están sobre una perpendicular a LT

Dado un plano $P_d P_t P_e$, P_d no cambia y hay que determinar P_e. Para esto se toma un punto AA_1, por el que se trazan dos rectas $\underline{mm_1}$ y $\underline{nn_1}$ de las que sus puntos dobles no cambian. Para hallar sus puntos límites, se hallan los de sus proyecciones horizontales, luego

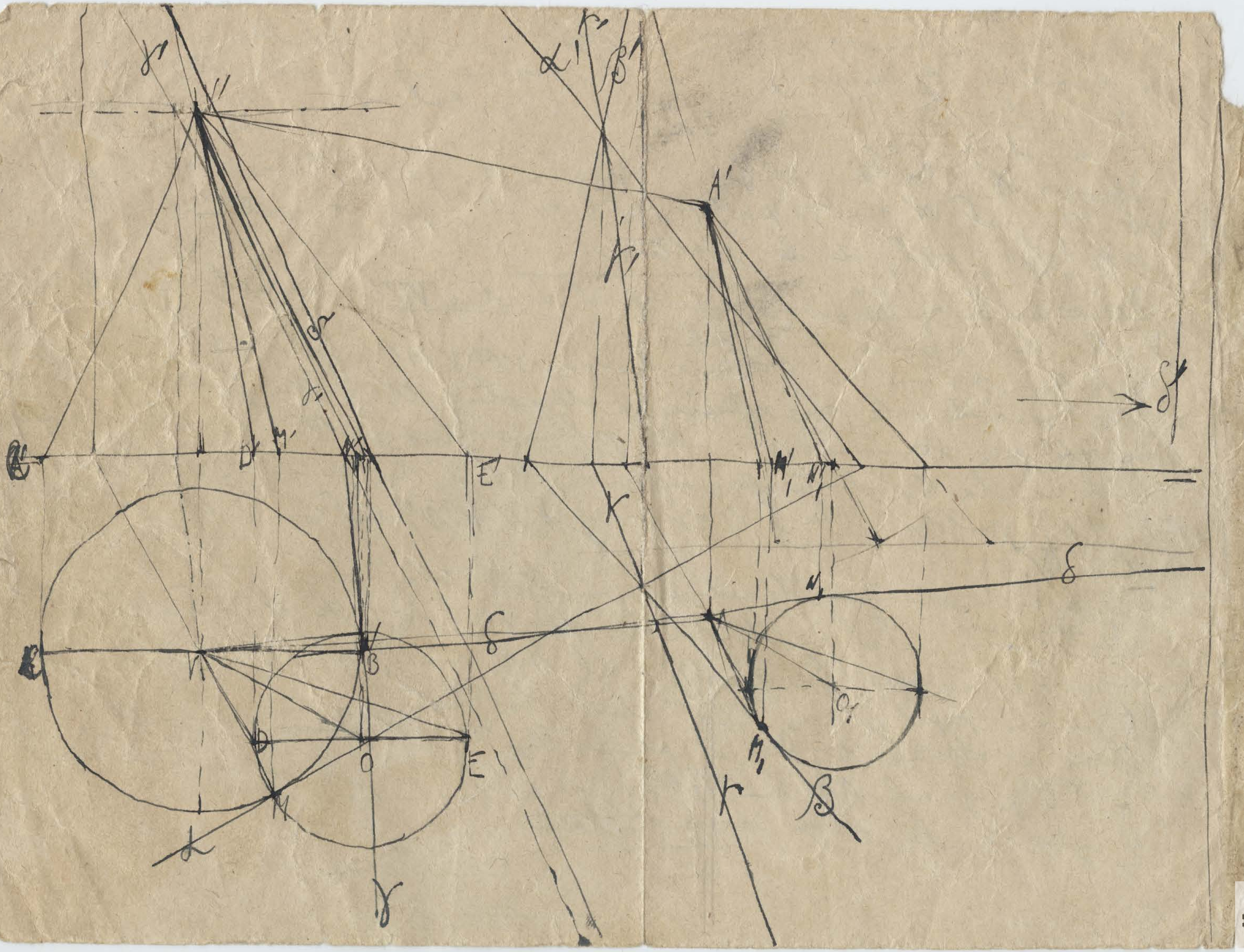


rayos de límite se abaten en (V_1).
Por (V_1) se trazan los rayos paralelos
y donde corten a LH, L_1' son
los nuevos puntos límites de
las proyecciones horizontales.
Los puntos límites de m y n
se hallan teniendo en cuenta
que están sobre perpendicu-
lares a LH trazadas por los
puntos límites L_1' de las proyecci-
ones horizontales, y alineados
con P y los puntos límites anti-
guos. Hallados L_1', las rectas serán
m'n'. que se cortan en A' que estará alineado con P.
Luego las figuras A... y A'... son homológicas, siendo
eje Pd y centro P.
De esta manera se traslada el punto B del plano,
que va a B'.

Luis Moya

Por ser estos planos tangentes paralelos, pues $V1'$ es paralela a $W'Z'$
La asíntota es impropia y la sección es una parábola.
Planos límites: Tienen por trazas horizontales α y β, tangentes desde
T a las directrices.
Plano γ: Corta al cono V según las generatrices $V5$-$V'5'$ y
$V6$-$V'6'$, y al W en $W7$-$W'7'$ y $W8$-$W'8'$, que se cortan en AA',
BB', CC' y DD', de la sección.

Dos superficies cónicas de igual vértice VV' y directrices de centro
V y O, del plano horizontal.
Se cortan según las generatrices $VM\,V'M'$ y $VN\,V'N'$
Si se traslada la superficie de directriz O, hasta que su vértice
sea AA', se cortará por el plano horizontal en la circunferen-
cia de centro O_1. Esta superficie tiene las generatrices $AM_1\,A'M_1$ y
$AN_1\,A'N_1$ paralelas a las $VM\,V'M'$ y $VN\,V'N'$, del cono de directriz de
centro V.
Luego la intersección tendrá puntos del ∞
Asíntotas: Del punto del ∞ de VM. Se traza el plano tangente
al cono VV' en MM'. Es $\alpha\alpha'$, y al AA' en M_1M_1', que es $\beta\beta'$. Se
cortan en $\gamma\gamma'$ que es la asíntota
La otra se obtiene trazando el plano tangente al cono VV' en NN',
que es $\gamma\gamma'$, y al AA' en N_1N_1', que es $\delta\delta'$, que se cortan en
$\delta\delta'$ que es la otra asíntota.


A'
D'
M'
E'
B
O
E
M