Sustentaciones: El sistema exterior debe estar en equilibrio estático. Las acciones exteriores que actúan directamente, es decir, las ΣA, suma de acciones, se deben estar equilibradas por las reacciones ΣR, producidas por los apoyos.

El sistema ΣR es desconocido. Hay algo de movimiento, luego el equilibrio elástico.

Obstáculos o vínculos sustentadores, son los apoyos

Estructuras: El conjunto de elementos que forman la construcción, conjunto de piezas primeras apoyadas en el suelo.

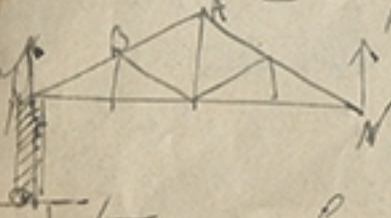
El apoyo ha de ser fijo y debe apoyar en la tierra

Estructura simple: es una pieza primera sola

" compleja: está formada por varias piezas

Una se apoya en las varias, que son los apoyos de aquella.

Las reacciones de esto, son luego estudiadas a la 1ª



AB apoyo en A y B. Y la resultante de las tres que concurren en A y B.

Todo el sistema se apoya en M y N y estas reacciones de las barras, son fuerzas exteriores. Las acciones son datos y las reacciones, incógnitas

ΣA } Han de estar en equilibrio estático, luego cumplirán las
ΣR } condiciones:

Luego se podrá determinar o reacciones. Si son más no se pueden determinar y lo que resulta a la ecuación de deformación. Si son menos de 6, está el cuerpo isostáticamente sustentado. Si son más de 6, estás hiperestáticamente sustentado. Si son ≤ de 6, es estable. Si es > de 6 está en equilibrio inestable.

Si lo tenemos en el plano: $\begin{cases} \Sigma X = 0 \\ \Sigma Y = 0 \\ \Sigma Z = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \Sigma(X_y - Y_x) = 0 = M \\ \Sigma(X_z - Z_x) = 0 = N \\ \Sigma(Y_z - Z_y) = 0 = L \end{cases}$

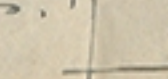
Todo proyectado a Z = cero: y queda: $\begin{cases} \Sigma X = 0 \\ \Sigma Y = 0 \\ \Sigma(X_y - Y_x) = 0 \end{cases}$

Si además las fuerzas son paralelas.
Se transforma en una paralela.

Sustentaciones estén planos: apoyos simples o móviles (apoyos de articulación y apoyo completo o empotrados)

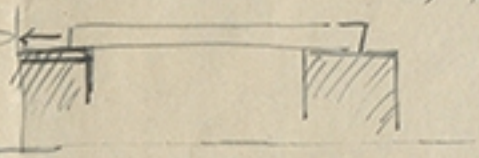
Si estuvieran en línea, si los ejes de las piezas prismáticas están en un plano.

Un punto se mueve en este plano y el desplazamiento será fijado a los ejes coordenados.

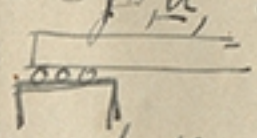


ETSAM

Puede tener giro en torno un eje ⊥ al plano
apoyo simple ó de deslizamiento libre, ó punto de apoyo puede
moverse sobre su línea. El desplazamiento de la dirección perpendicular
a la misma: apoyo de rodillo

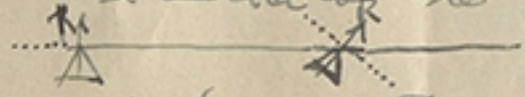


Si no puede moverse de arriba
abajo, sino sólo a lo largo,

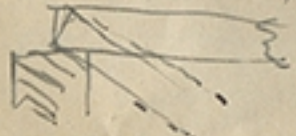


Si es fijo grado:

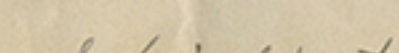
Hay reacción en cada apoyo, aquí $X=0$, y sólo hay reacción normal, pero no se ignora naturalmente
La incógnita es la magnitud de la reacción
Apoyo simple: se indica con este símbolo. Responde a la base



aquí no contamos más que el que se mueve
de arriba abajo, y no el desplazamiento, ni el giro de



La reacción.
Apoyo articulado: grado fijo el punto de apoyo, pero puede
girar la sección.

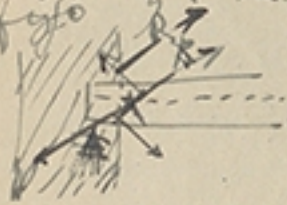


los desplazamientos $u=0$

ETSAM

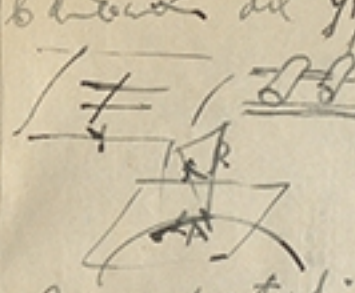
La reacción R pasa por A, pero tiene dirección desconocida
R tendrá dos componentes X e Y, y se hallarán
Aquí faltan 2 ecuaciones

Apoyo completo o de empotramiento: el punto de apoyo está
fijo y la viga no puede girar

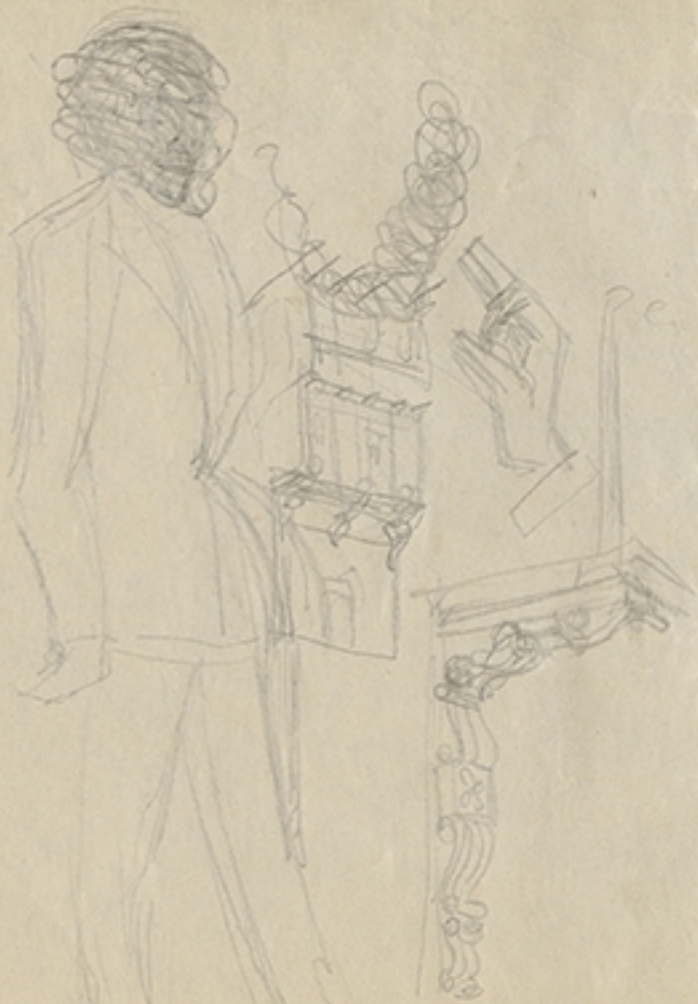


Hay 3 reacciones y hay por que se apoya algún
Hay faltan 3 ecuaciones para 3 incógnitas.
2 componentes de R y momento del par.
Luego sea isostático. El nº de incógnitas en conjunto estructura
los apoyos sea 3 ! < de 3.
No viga en 2 articulaciones, es hiperestático

Sistemas en el espacio: Apoyo plano análogo al simple
Apoyo de rodillos, fijo, de articulación y empotrado.
Apoyo plano: El punto puede resbalar en la superficie
según cualquier línea de ella: la reacción es normal
al plano tangente. Sólo existe el momento normal
a la superficie. El desplazamiento tiene 3 componentes u v w,
Se dejan libres los 3 giros
Apoyo de rodillos: Se anulan el momento normal y el



ETSAM

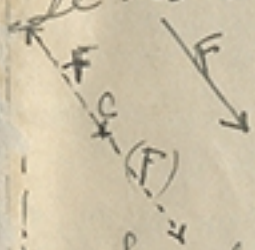


ETSAM

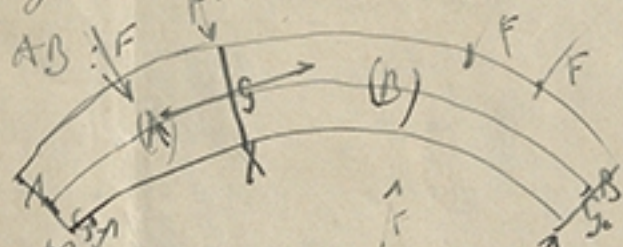
Relación: En vigas de directriz plana. Sobre ella actúan las acciones exteriores y las reacciones de los apoyos. Se deben estar en equilibrio con las elásticas; es estable.

Trabaja molecular en la sección: Depende del sistema estático en que se encuentren las acciones exteriores y las reacciones deducidas de equilibrio de modo que lo equilibren.

Se puede reducir el sistema exterior a un vector y par. Se trasladan todas las fuerzas a un punto, con pares de transporte



Una viga AB: F



Según (A), para que (B) quede en equilibrio, habrá que aplicar fuerzas ~~X~~ X, que equilibren a las fuerzas y al par

(A): $\Sigma F_A + \Sigma F_B = 0$: serán fuerzas equivalentes a ΣF_D

Reducidos los dos sistemas a centros de reducción, deberán resultantes iguales. Así pues como se conoce ΣF_D, se deducen fuerzas elásticas en

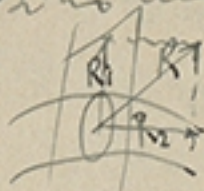
1.º) El par resultante, tomado como centro de reducción es cero! $R \neq 0$ $V = 0$ (Par)

ETSAM

Cada una fuerza única es G; y Tangente R a la directriz: es normal a la sección es esfuerzo de compresión

2º es normal a la directriz: es esfuerzo cortante simple

3º No ocurre esto: Se puede descomponer en R_1 y R_2: R_2 de compresión o extensión



R_1 de esfuerzo cortante: El trabajo será la suma de los trabajos; es una geométrica para aquí se suman siempre

Si $R=0$ y $V \neq 0$: 1º Pone el plano del par para la tangente o es paralela: También cambia de curvatura

2º Si es normal a la directriz: es flexión simple

3º Si no ocurre esto: Un par se descompone en dos pares componentes en planos distintos, uno perpendicular a la tangente y otro paralelo

Dan una flexión simple y torsión simple

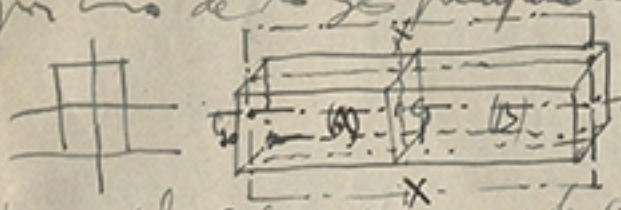
Si $R \neq 0$ $V \neq 0$: se da separadamente los efectos producidos por R y V: se llama de Resistencia Compuesta

ETSAM

~~Si el plano de la curva es de simetría~~

Si el sistema de fuerzas está en el plano de la directriz ó en un plano que pasa por la tangente a la directriz

Una viga recta: y simétrica respecto de un plano que pasa por una de las ejes principales de inercia



Sea $G_1 XX$ el plano de simetría

El sistema de fuerzas exteriores está en el plano de simetría, o en un plano que pasa por la directriz.

El sistema plano de fuerzas se reduce a vectores aplicados en G_1 en XX hay que aplicar fuerzas que existen en todas las secciones

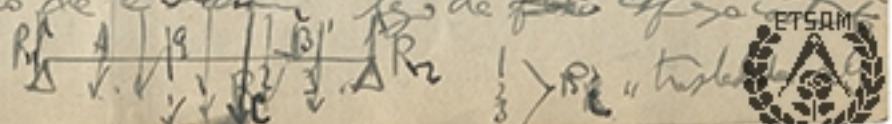
(A)

El caso: Compresión, extensión simple ó esfuerzo constante de compresión de este

Se reduce a un par en el plano de simetría: El flexión simple, pero pasa por el eje. La flexión está en el mismo plano.

Además del par hay contacto: El par de flexión simple está en el plano de la sección, hay de esfuerzo cortante

La flexión ordinaria



"trabajo"

Se estudia en por:

Flexión plana compuesta: con tensión + compresión

Flexión " oblicua: con esfuerzo cortante

Flexión simple: ——————

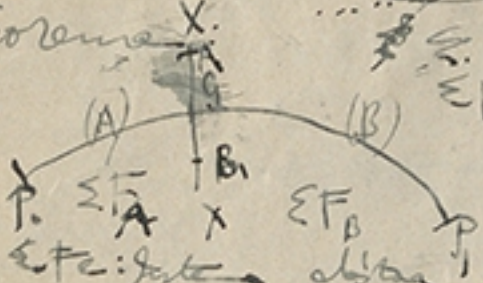
Si distinto de fuerzas no está en el plano de simetría, sino en el que pasa por la directriz: Caso particular: flexión simple

La directriz sobre de un plano: flexión alabeada simple

Flexión alabeada compuesta:

Σ tajadas: descomponer fuerzas en 2, una en cada plano de proyección

Teorema



ΣF_A, ΣF_B: fuerzas distintas

Se separado ΣF_B, lo

lego se reducirán de misma manera

Σ equilibrio: Σ de izquierda (A)

Hay que aplicar fuerzas en A, B, que equilibren ΣF_B.

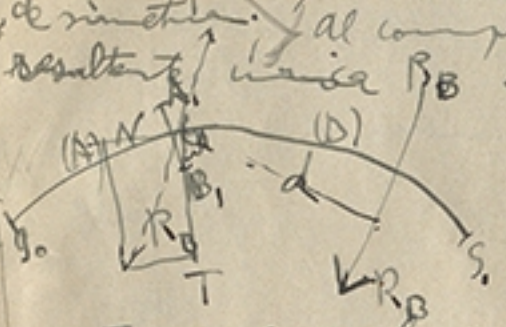
ΣF_A, ΣF_B

ΣF_E, ΣF_B

& ΣF_A y ΣF_E equilibran

ΣF_A y ΣF_E son equivalentes

Si el sistema estático es simétrico respecto del plano de simetría, al componer cada dos, pte 1 en el plano de simetría. Y al componer todas las fuerzas ΣF_D, darán una resultante única R_B. Si quiere trasladar R_B a G, introduciendo un par. Y el par de flexión

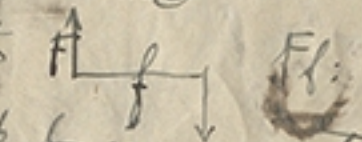


R_B se descompone en R_i, T y N

T: esfuerzo cortante

N: componente estática

ΣF_x, en G se le debe componer con igual y contrario al otro y la resultante, luego tendrá el elástico un par se compone por un Momento



$M_G = R_B d$ = Suma de los momentos de las componentes respecto de G

T: la proyección de R_B sobre el plano de la sección: la suma de las proyecciones de las fuerzas componentes. Es sobre una recta proyectante en el plano de simetría

N: la suma de las proyecciones sobre la tangente

Luego los elásticos serán éstos en signo contrario, o sea la suma de los F_x en el mismo signo

Lego se comunica la sensación de proyección de las fuerzas distantes sobre el cuerpo, la tensión y su momento flector.

Una fuerza distante existirá si hay materia, con lo que se extraen dos conceptos.

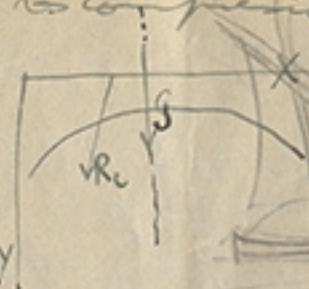
Hipótesis 1ª: Hasta el año 70: la distancia en un fluido con 2 caracteres: impenetrable y deben existir a distancia: hipótesis que en un fluido ó 2: hasta 41 con el magnetismo

2ª Teoría Hipótesis: para movimiento del éter: Maxwell y Hertz

3ª/ Hoy se sabe en lo negativo que la electricidad negativa y la comunican al éter

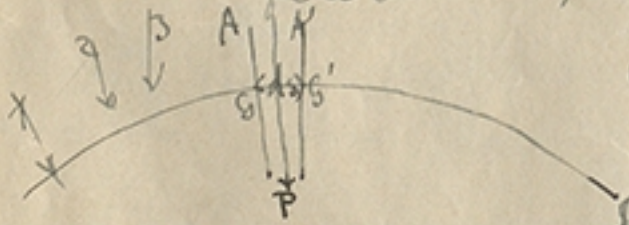
cada molécula atrae distintos: estos movimientos se extienden por el conductor ó se comunica la vibración

Se toman positivos los compresiones y los esfuerzos
negativos.
Los esfuerzos cortantes

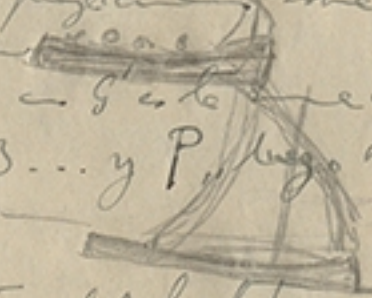


El momento flector
según el convenio
de Medina R_c es negativo

Tenemos: esfuerzo cortante, normal y momento flector, en la
sección definida de 1 piezas. Hay una sola fuerza exterior
que es 2, normal P



Esfuerzo cortante en G y G': En G, es
la suma de las proyecciones sobre AG,
de 1 2 y



Esfuerzo cortante en G' es la suma de
las proyecciones 1, 2, 3 ... y P, luego difiere

en P: $T = \Sigma F_p$

$T' = \Sigma F_p + P$

Si es normal: la suma de proyecciones sobre la bisectriz
es igual en G y G'. Pero luego la proyección es 0
El Momento flector es igual para G y G': luego el Momento de P es 0

Tercera posición

Li Pos tangencial: El esfuerzo cortante es igual en G y G'

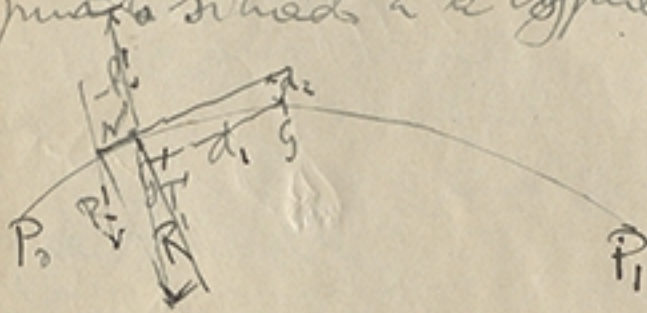
La compresión varía en P.

El momento flector es igual en G y G'.

Teorema II

Momento de flexión en una sección del de otra sección situada a la izquierda. Se conoce para G': el esfuerzo cortante, la compresión normal y el momento flector

G' { M' = momento
T = esfuerzo cortante
N1 = compresión normal



R' = resultante de lo que está a la izquierda de G'

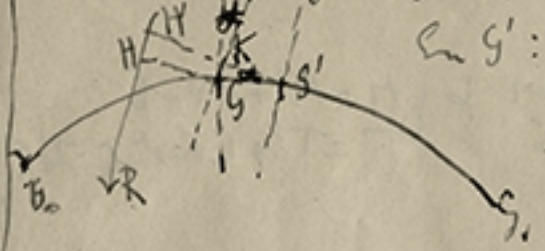
Se descompone R' en R'n y R't: R' se descompone en N y T

" M's igual para G que para G':

$M_G = M' + T' d_1 + N' d_2 + \mu$ siendo μ el momento de los esfuerzos que hay entre G y G'

Teorema III:

Momento en G: $M = -R \times \overline{GH}$: en G': $S' : \overline{GG'} = ds$



En G': $M + dM = -R \times \overline{H'G'}$

$dM = -R(\overline{HG'} - \overline{GH}) = -R \cdot \overline{GK}$

GKG' se toma por triángulo rectángulo,

$GK = ds \cos\alpha$

$dM = -R\,ds\cos\alpha = -ds\,(R\cos\alpha)$

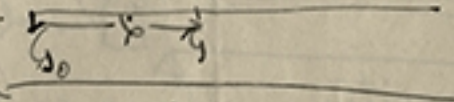
$R\cos\alpha = T$ para la proyección de R sobre la tangente

$dM = -T\,ds$, $T = -\frac{dM}{ds}$

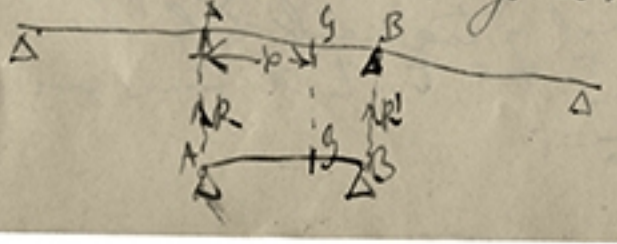
Dado el Momento flector en un punto, y derivado respecto del arco se obtiene el esfuerzo cortante

$M = -\int T\,ds$

Si es viga recta:



Tema IV: Viga en diversos apoyos simples: Sabemos en G el momento flector en ese estado aislado. Conocido para AB, como vigas simples. Podemos hacer entre A y B, la reacción de los apoyos A y B. Y los



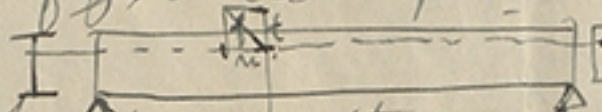
Ley fza de AB: T M en toda parte de la viga
T' M en este contado:
M = M' + una función lineal de la abcisa y; M = M' + ay + b
M se puede considerar función de A: $\mu = \int_0^x T\,dx$ $\begin{cases} M = M' + ay + b \\ T = T' + \text{Constante} = T + C \end{cases}$
M = m + Tx + μ

Estudiemos para cada viga de G = 0

M' = R x + μ siendo R la reacción: μ = M' − R x

M = m + Tx − Rx + M' = M + (T − R) x + m ∴ T − R = a
a m = b
M = M' + ax + b : De aquí se saca T: $T = \frac{dM}{dx} = T + a$

Hay que conocer la fza cortante en cualquier punto de la sección para que las fuerzas cortantes no pasen del límite prefijado

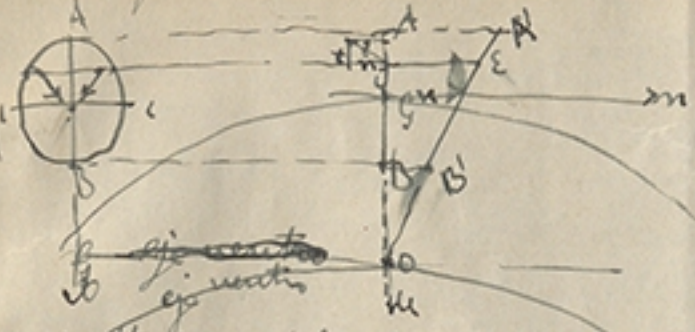


Una viga Puede en cada punto tener

diferente fza cortante unitaria: Hay que buscar la que sea mayor
Se origina por el componente normal y tangencial de la fza
cortante unitaria: es la más importante que t: t se toma igual
Método de sección: Tg d tanto $\frac{T}{tw} = t$

ETSAM

Componente normal a la sección, de las fuerzas elásticas interiores



El sistema de fuerzas elásticas es simétrico respecto del plano de simetría de la viga, y es la de equilibrar el sistema de fuerzas de G_0 a G_1

G_1 $\int \bar{f}\, d\omega = n\, d\omega + \bar{t}\, d\omega$;; $\bar{f} = \bar{n} + \bar{t}$

Hipótesis del plano: si a cada elemento de la sección se eleva la normal, la sección $i\varepsilon$, que resulta es n ;; $n = i\varepsilon$

Los extremos formarán la superficie que hay que hallar, para ser las fuerzas normales: la simétrica respecto del plano de la directriz. Si la sección es pequeña en relación al long. G_0G_1, podrá sustituirse por el plano tangente, que será $\perp$ al plano de simetría

Las fuerzas elásticas en Ω son iguales: la traza del plano es: $A'D$

Este mismo ha de trazar $A'B'$;; $i\varepsilon\, d\Omega = n\, d\Omega$; la fuerza elástica en la superficie $A'B'$ se refiere a 2 ejes coordenados: G_0 y el eje G_n y G_H son los ejes $n = au + b$;; hay que hallar a y b.

La fuerza normal total: $N = \Sigma\, n\, d\Omega = \Sigma (au + b)\, d\Omega = \Sigma\, au\, d\Omega + \Sigma b\, d\Omega =$

$= a \Sigma u\, d\Omega + b \Sigma d\Omega$;; $u\, d\Omega$ = momento del área $d\Omega$ respecto

ETSAM

$\Sigma \cdot d\Omega$ = momento del resultante; que es un vector que pasa por G
para un momento respecto de G es cero:

$N = b\Omega$ " $b = \frac{N}{\Omega}$

Momento flector es la suma de los momentos de las fuerzas que están a la izquierda, o del resultado respecto de G:

$M = -\Sigma \sigma d\Omega \cdot y$ porque la tensión tiene momento cero, respecto de G

$M = -\Sigma (ay + b)\, d\Omega \cdot y = -a\Sigma y^2 d\Omega - b\Sigma d\Omega \cdot y$ " pero $\Sigma d\Omega \cdot y = 0$

$M = -aI$ siendo I el momento de inercia de la sección respecto del eje de la sección " $a = -\frac{M}{I}$

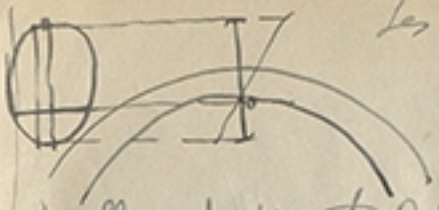
$\sigma = -\frac{M}{I} y + \frac{N}{\Omega}$ (Ecuación general de Resistencia)

$\sigma \leq R$

La tangencial: si son vigas de poca altura I: si la altura de la viga < 1 m. $t = \frac{T}{\Omega}$

La ecuación de resistencia se puede poner: $R = -\frac{M}{I} y + \frac{N}{\Omega}$

La comprobación de esta ecuación: La ecuación de compresión normal, cuando se resta y vale 0.



Es derecha de O, trabaja por compresión y la de abajo por extensión.

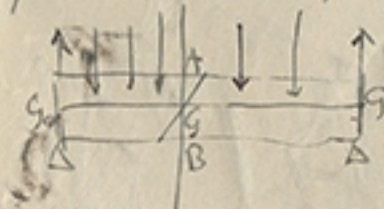
El lgr geométrico de O a la fibra neutra

Halla el punto O: $\overline{GO} = u'$ hay que hacer u': $n=0 = -\frac{M}{I}u' + \frac{N}{\Omega}$

$u' = \frac{NI}{M\Omega}$ " $\frac{N}{\Omega} = \frac{\frac{M}{I}u'}{I} = \frac{M}{I}u'$ " $n = -\frac{M}{I}u + \frac{M}{I}u'$ " $\frac{M}{I}(-u+u') = n$

$\frac{M}{I}$ = constante en la sección

Lgo n varía proporcionalmente a $u'-u$, que es la distancia del punto a la fibra neutra.



Si N=0 lgo $u'=0$

Lgo G_0G_1 = fibra media y neutra

Se hace $n=R$ " $R = -\frac{M}{I}u + \frac{N}{\Omega}$ " hay que hallar Ω

Tiene 2 términos $-\frac{M}{I}u$ y $\frac{N}{\Omega}$ puede despreciarse uno de los dos

ETSAM

$10 = \frac{2}{1000000} \times \frac{12000000}{S} = \frac{2 \times 12000000}{S \times 1000000} = \frac{12}{5S}$

$\frac{12}{5S} = 10$, $\frac{6}{5S} = 5$

$6 = 25S$

$S = \frac{6}{25} = 0'24\ cm^2 = 24\ mm^2$

$24 = \frac{\pi d^2}{4} = 96$

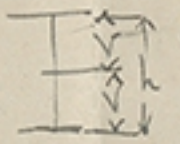
$d^2 = \frac{96}{3'14}$

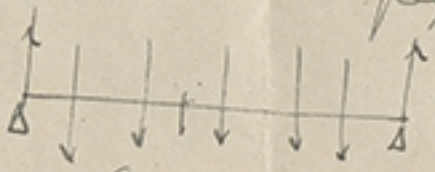
$\sqrt{30'6} \mid 11$
$20\ 6 \mid 29,9$
$1\ 4$

$96'00 \mid 3'14$
$0'1400 \mid 30'56$

$n = -\frac{M}{I}u + \frac{N}{\Omega}$ " Geométrica de los puntos, que se mantiene
recta. M será mayor cuando u lo sea. Si V es la mayor distancia
para $u = V$ " $n \leq R$ " $R = -\frac{M}{I}V + \frac{N}{\Omega}$

1) $N = 0$ " $R = -\frac{M}{I}V$ está prohibida la flexión ordinaria, porque
no debe existir I. Es la flexión simple, por ser I nulo
en general " $\frac{I}{V} = \frac{M}{R}$ " $\frac{I}{V}$ = módulo resistente

El signo depende de V  $V = \frac{h}{2}$ para la compresión, $V < 0$
" " extensión $V > 0$

Es una viga:  para todas las secciones $N = 0$
porque resultan $-\frac{M}{R}$ y $\frac{M}{R}$
En G se verá la sección $\frac{I}{V} = -\frac{M}{R}$ "

2) $M = 0$ " $R = \frac{N}{\Omega}$ Compresión simple: cada carga que
está a la izquierda de la sección se reduce a la resultante
que pasa por G: $n = \frac{N}{\Omega}$ " N se reparte uniformemente

3) $M \neq 0$ $N \neq 0$ $R = -\frac{M}{I}V + \frac{N}{\Omega}$ " La fórmula depende $\frac{N}{\Omega}$ de

ETSAM

b. después de calculado b otro $M = Nd$ pasa el Momento de b toma de los Momentos de T y N: d de T_1:

$$R = -\frac{Nd}{\Omega r^2}V + \frac{N}{\Omega} = \frac{N}{\Omega}\left(\frac{Fd}{\Sigma r^2}V + 1\right)$$

Se puede a veces despreciar

$R = -\frac{M}{I}V$ como 1ª. aproximación.

Se calcula ~~el trabajo~~ de aquí Ω, y con ésto: $\frac{N}{\Omega}$; mando b los trabajos, dale dar < R

Hay que distribuir b materia de modo que haya más cantidad donde más trabaja $n = -\frac{M}{I}u$: hacer más pesados los trabajos

Sea Ω = constante : y dar esas formas de modo que tenga gran momento de inercia I

Se miran siempre los esfuerzos.

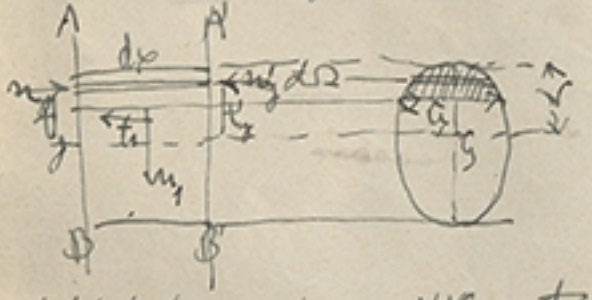
Esfuerzo tangencial: T = total : Se ~~en~~ descomponen, b cada $t_{xy} = t_{yb}$

tangencial normal a b sección, dan $t_{xz} = t_{zb}$

$t_{yz} = t_{zy}$

ETSAM

La viga está sometida a flexión ordinaria.
2 fibras en contacto: como tienen distinto esfuerzo de tracción tienden a resbalar una sobre otra. Es el esfuerzo tangencial o el plano tangente: Hay un esfuerzo tangencial T: para que no sean iguales, se puede hallar uno solo de ellos.
Se calcula el esfuerzo rasante τ' en vez del cortante T
$\tau = \tau'$
Una porción de viga prismática entre 2 secciones infinitamente próximas: se supone limitada entre estos:



Se separa la porción: el área de la cara
Normal: z dx.
Al separar hay que aplicar los esfuerzos
- las caras z, AD y A'B'
Los esfuerzos en el plano de la
fibra: Una fila de fibras dΩ
sobre los esfuerzos $\sigma_y d\Omega$ y $\sigma_y' d\Omega$ (unitarios): $\sigma_y d\Omega$ $\sigma_y' d\Omega$ $\tau_y d\Omega$ $\tau_y d\Omega$ $\tau_y d\Omega$ $\tau_1 d\Omega$
Está en equilibrio; se proyecta sobre la recta: paralela a la dirección y

$$\int_\Omega \sigma_y d\Omega - \int_\Omega \sigma_y' d\Omega - \tau_1 z\, dx = 0 \quad ;; \quad \sigma_y = \frac{M}{I} y \qquad \sigma_y' = \frac{M'}{I} y$$

$$\int_\Omega \frac{M}{I} y\, d\Omega - \int_\Omega \frac{M'}{I} y\, d\Omega = \tau_1 z\, dx$$

$$\frac{M - M'}{I} \int_\Omega y\, d\Omega = \tau_1 z\, dx$$

$\left(\frac{M-M'}{I}\right)\int_u^v y\,d\Omega = \cdot t_2 z\,dx$ .. $\frac{dM}{I}\int_u^v y\,d\Omega = t_1 z\,dx$, $t_1 = \frac{dM}{Iz\,dx}\int_u^v y\,d\Omega$

$t_1 = t = \frac{I}{zI}\int_u^v y\,d\Omega$ „ $\int_u^v y\,d\Omega$, = d momento estático de la

segunda:

10 000000 = 20000 × 12000

s

10000000 Miradas = 2 Min.

$S = \frac{20000 \times 12000}{10000000} = 2$

20000

$t = \frac{1}{2I} \frac{dM}{dy} \int_{\Omega} y\, d\Omega$

$n = -\frac{M}{I} u + \frac{N}{\Omega}$

$N = 0$ por se considerarem flexões ordinárias. Logo as fibras estarão sob tração por acção tante T, que por ser $\perp$ a direcção tingida projecção 0, e por isto não se considera na equação de equilíbrio

Para viga curva $t = \frac{T}{\Omega}$

Uma viga = Tellas Cavadas

1ª alma

O maior t é para as fibras que estão afastadas do baricentro

Estas tensões reparam sobre os cavados, logo as rotações trabalho para esforço cortante $t = \frac{4R}{5}$ ou $\frac{\pi d^2}{4}$, $P = R'' \Omega$

$P = \frac{4}{5} R \Omega$

Em viga principia de direcção plana: de secção constante variável. Se deforma algo, dentro do período elástico. Logo quede fijo o equilíbrio elástico.

La directriz seguirá siendo plana

Un punto G se va a g. La sección no seguirá siendo plana; será una simétrica respecto al plano de las fuerzas y se sustituye por el plano tangente en g.

Las deformaciones transversales se despreciarán siendo de igual tensión y forma;

La sección vuelve siendo normal a la directriz.

Luego hay un desplazamiento del punto G y un giro de la sección, que se supone cumplen la ley de Hook $E = \frac{R}{i}$

Variación del radio de curvatura se le dice ρ

$$E = \frac{n}{\frac{\Delta}{ds}} \quad n = E\frac{\Delta}{ds}$$

Coeficiente de compresión: $E_1 > E_2$

Hallar la condición para que la resultante de E_2 compense la de E_1 que tiende a girar

I_1 = Intensidad en E_1

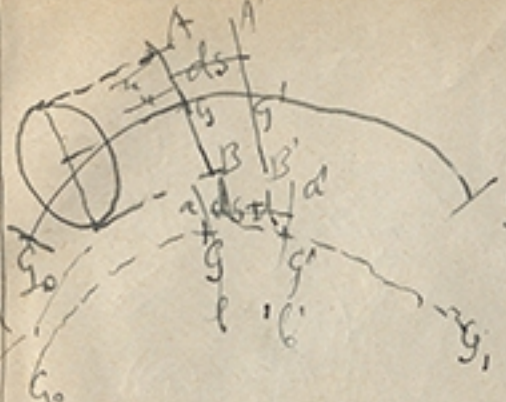
I_2 = ... " en E_2

$E_1 = R_1 I_1$ $\quad \frac{E_2}{E_1} = \frac{R}{R_1}$

$E_1 = R I_1$

$E_2 = R I_2$

$E_2 = R I_1$

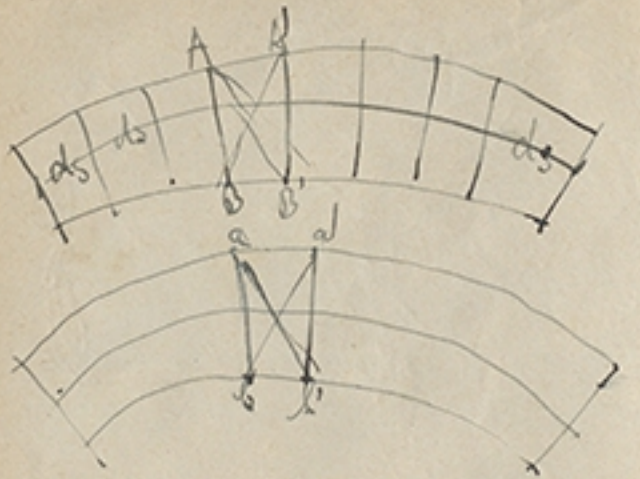


Dirección; 1/ Viga simétrica; Sistema de fuerzas exteriores en el plano de simetría
y/o deformación dentro del plano. Datos del problema
Dejará de ser plana. Pero las deformaciones
son muy pequeñas, y la superficie curva
se supone que es casi plana
2/ La sección viga sigue siendo plana
y normal a la fibra media
3/ La sección no sufre deformaciones
Luego solo se alarga cada una de las fibras, que
se refieren a la fibra media: Δ es unitario.
Cumplen la ley de Hook $E = \frac{\frac{P}{\Omega}}{\frac{l}{L}} = \frac{R}{i}$ " $E = \frac{n}{\frac{l}{ds}}$ referido a las fibras

$n = E \frac{l}{ds}$.

Varía la curvatura de la fibra media: Para la sección: $\underline{N}$
Ser como es el sistema de fuerzas y las reacciones de los apoyos: se compone $\underline{N}$ para cada sección, y $\underline{T}$
y $\underline{M}$; N = la suma de la proyección de las fuerzas del lado
sobre la tangente a la directriz $N = \sum n \, d\Omega$
Paso de la viga primitiva a la viga deformada $M = \sum n \cdot d\Omega \cdot u$

Se divide en dovelas: Se ve la



$\lambda = \lambda_0 + u\cdot\alpha$ " $N = \sum E \frac{\lambda}{ds_0} d\Omega =$

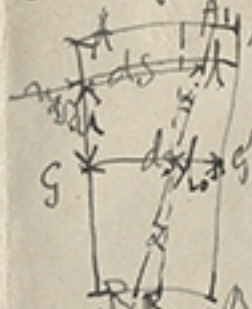
$M = -\sum E \frac{\lambda}{ds} d\Omega u =$

$N = \frac{E\lambda_0}{ds}\sum 1\,\Omega + \frac{E\cdot\alpha}{ds}\sum u\,d\Omega$ "

$\lambda ds = E\cdot\lambda_0\Omega$ " $M ds = -E\alpha\cdot I$ "

La tensión de la dovela

$\overline{AB} = ab$
$\overline{A'B'} = a'b'$ } se transforma en $ab\,a'b'$ y se llama a $\overline{AB}$: de modo que ab coincida con AB:



Se consideran todas las secciones infinitesimales posibles

Se traslada $A'B'$ hasta hacerla girar α, se confunde con A_1B_1

$= \frac{E}{ds}\sum \lambda\, d\Omega = \frac{E}{ds}\sum (\lambda_0 + \alpha u)\, d\Omega$

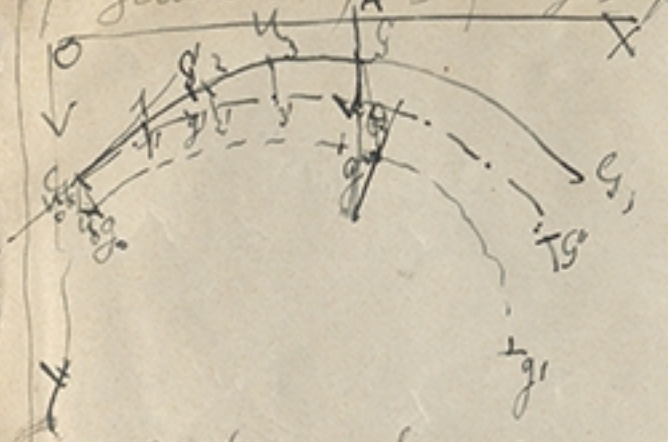
$= -\frac{E}{ds}\sum 1\, d\Omega = -\frac{E}{ds}\sum (\lambda_0 + \alpha u)\, d\Omega$

$M = -\frac{E\lambda_0}{ds}\sum u\, d\Omega - \frac{E\alpha}{ds}\sum u^2 d$

$\lambda_0 = \frac{N\,ds}{E\Omega}$ " $\alpha = \frac{-M\,ds}{EI}$

ETSAM

Las cuerdas de deformación con relación a estos dos
desplazamientos y las fuerzas que los producen



El desplazamiento Gg, se descompone en u y v

G0g0 se descompone en u0 y v0

Paso de la fibra media primitiva a la deformada: la barra gg1 la traslación g0G0 y la coloca de modo que tenga la misma tangente en G0

La divide por secciones 1 2 3

G1 se ha acortado y ha alargado y ha girado en torno a G

Los demás han sido arrastrados por el alarg. o acort. de G1 y el giro y además han girado ellos por sí, han alarg o acort y han girado. Los giros producen tensiones

También la temperatura produce alarg o acort.

$\overline{OA} = x$, $\overline{AG} = y$ } giro punto anterior G1 { δ_1 / g_1 } que son variables

Compresiones positivas y tracciones negativas

Si varía la temperatura τ: $\delta\tau$ l = variación para τ grados

Fuerza elemental: $\delta\tau\, ds$ { se proyecta sobre los ejes, como está en la dirección de la tangente: $\delta\tau\, ds \frac{dx}{ds} = \delta\tau\, dx'$

$\delta\tau ds \frac{dy'}{ds} = \delta\tau\, dy'$

En todo el trozo $S_0 S$: $X = \int_0^S \delta\tau\, dx'$

$Y = \int_0^S \delta\tau\, dy'$

En total: $X = \int_0^S \delta\tau\, dx' - \int_0^S \frac{N dx'}{E\Omega}$ (A) Luego las desplazamientos producidos por las rotaciones

$Y = \int_0^S \delta\tau\, dy' - \int_0^S \frac{N dy'}{E\Omega}$

Las tensiones y giros, se toman en torno 1 2 3 .... β angulo no lo son pero se considera así porque efectivamente prácticamente

S gira en torno S_1, β_1 la cuerda $\overline{S'Sg} = 90°$

Se descompone en $g'k$ y $g'k$: $g g' = g' g$ $\begin{cases} -g'g \cdot \alpha \cdot \operatorname{sen}\beta \mp \alpha \cdot g'g \operatorname{sen}\beta \\ g'g \cdot \alpha \cdot \cos\beta \mp \alpha \cdot g'g \cos\beta \end{cases}$

$= \alpha (y - y') \ldots X$
$= \alpha (x - x') \ldots Y$ } para cada rotación, tiene desplazamiento

Luego en total: $X = \int_{y_0}^{y} \alpha \cdot (y - y') = \int_{y_0}^{y} (y - y') \frac{M' ds'}{E I'}$

$Y = - \int_{x_0}^{x} \frac{M' ds}{E I'} (x - x')$

que se anula a (A)

También, lo que anula $\begin{cases} u_0 \\ v_0 \end{cases}$

También: $\ldots \theta_0 (y - y_0)$ } debido al giro
$\ldots \theta_0 (x - x_0)$

Por todo esto se obtiene el valor $\begin{cases} u \\ v \end{cases}$ por ecuaciones de deformación

Para $x = x_0$, $\theta + \theta_0 = \theta_0 \leftarrow \int \frac{M' ds}{E I} = \theta$

$u = u_0 + \theta_0 (y - y_0) + \int_{y_0}^{y} (y - y') \frac{M' ds}{E I'} \leftarrow \int_{x_0}^{x} \frac{N' ds}{E \Omega} + \int_{x_0}^{x} \delta_2 ds$ (1)

ETSAM

$$V = V_0 + \theta_0 (x - x_0) + \int_0^s \frac{M' ds}{EI} (x - x') - \int_0^s \frac{\gamma N' dy'}{E\Omega} + \int_0^s \delta \gamma_0 dy' \quad \text{(2)}$$

$$\theta = \theta_0 - \int_0^s \frac{M' ds}{EI'} \quad \text{(3)}$$

A estas hay que añadir las 3 ecuaciones de equilibrio
Se prescinde de los 2 últimos términos: porque la temperatura no influye si está dentro de un edificio y las deformaciones debidas a N son muy pequeñas.
Si no se puede despreciar, se compone luego su efecto con el anterior

$$\left\{ \frac{I}{\Omega} \right. \quad cm^3 = \frac{Kg.\ m}{\quad}$$

$$cm^3 = m.$$

m × mm × mm

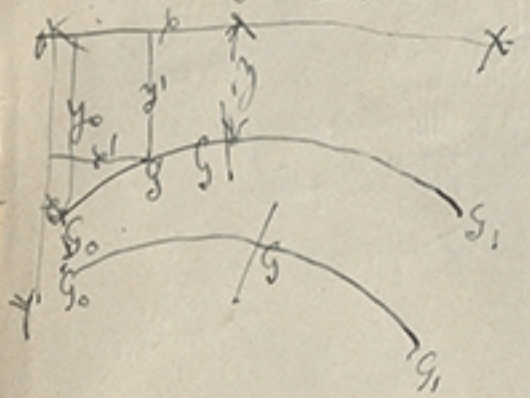
100 × m ×

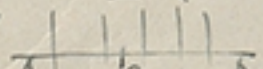
ETSAM

$$u = u_0 - \theta_0 (y - y_0) + \int_0^s \frac{M(y - y')\,ds'}{EI'} + \delta \int_0^x dx' - \int_0^{x'} \frac{N'\,dx'}{E\Omega'}$$

$$v = v_0 + \theta_0 (x - x_0) - \int_0^s \frac{M(x - x')\,ds'}{EI'} + \delta \int_0^y dy' - \int_0^{y'} \frac{N'\,dy'}{E\Omega'}$$

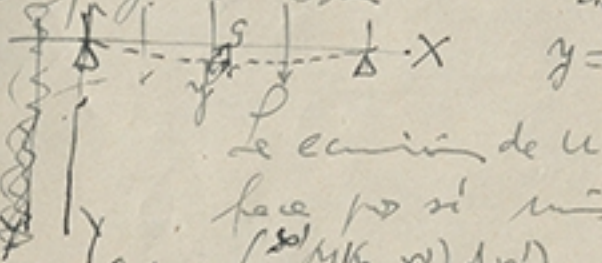
$$\theta = \theta_0 - \int_0^s \frac{M\,ds'}{EI'}$$



La viga recta  con cargas verticales, $N = 0$.

La extensión no influye la temperatura

Los desplazamientos verticales $y = 0$



La ecuación de u, se satisface por sí misma:

La de v: $x_0 = y_0 = 0$, $v_0 = 0$, $y = \theta_0 x - \int_0^{x'} \frac{M(x - x')\,dx'}{E'I'}$

x influye en la integración $\theta = \theta_0 - \int_0^{x'} \frac{M\,dx'}{E'I'}$

Es igual, porque la materia es homogénea.

La sección es constante $I = \text{constante}$

$$y = \theta_0 x - \int_0^x \frac{M' x\, dx'}{E' I'} + \int_0^{x'} \frac{M' x'\, dx'}{EI} = \theta_0 x - x\int_0^x \frac{M'\, dx'}{EI'} + \int_0^x \frac{M x}{EI}\, dx$$

$$y = x\left(\theta_0 - \int_0^x \frac{M\, dx}{EI}\right) + \int_0^x \frac{Mx}{EI}\, dx \quad y = \theta x + \int_0^x \frac{Mx}{EI}\, dx$$

flexión plana: en piezas rectas

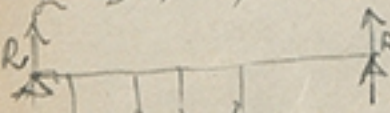
1.) Las fuerzas son normales a la directriz

2.) Las fuerzas son paralelas a la directriz y la resultante en cada sección está en la dirección de la directriz

3.) Fuerzas oblicuas.

1.): $R = -\frac{MV}{I} + \frac{N}{\Omega}$; para pieza corta $R = \frac{N}{\Omega}$

Las reacciones en la ecuación de equilibrio isostático (no hiperestáticas), por la 2ª de Navier



$N = 0$, $R = -\frac{MV}{I}$: la fibra media y la neutra coinciden

Para las fibras de arriba y abajo x es signo contrario pero se toma el valor absoluto $R = \frac{Mv}{I}$; $RI = Mv$; $\left(\frac{I}{v}\right) = \frac{M}{R}$

$\frac{I}{v}$ = módulo de flexión ó momento resistente

M = ... de la charge P
R = contrainte ... I = constante ... V = constante

$\frac{I}{V}$ $\frac{I'}{V'}$ $I' > I$ $V' < V$ } pour deux tubes

$\frac{I'}{V'} > \frac{I}{V}$

Les flèches f de ces tubes sont proportionnelles

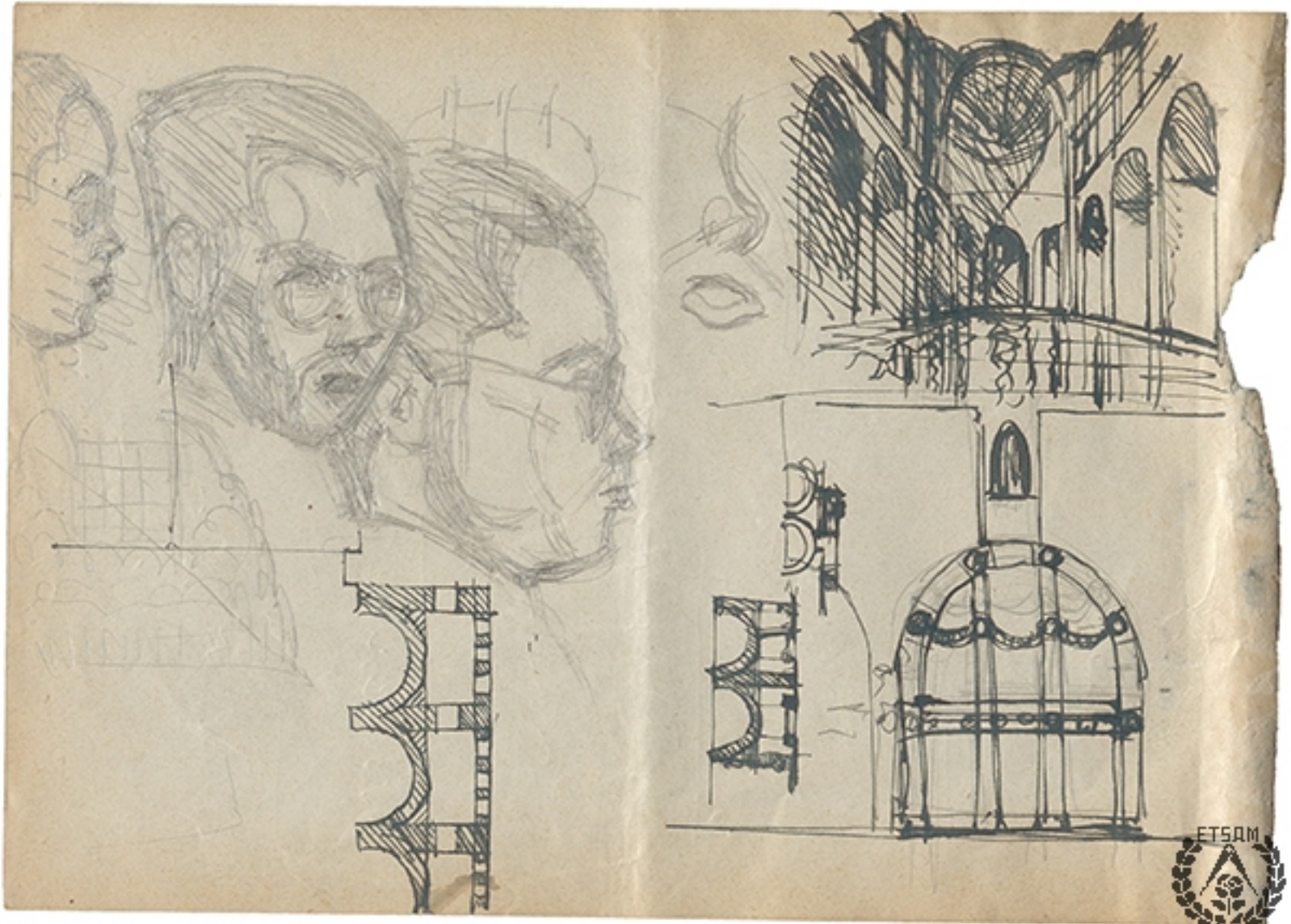
R ... $\frac{1}{\Omega}$
M ... $l \cdot d$
V ... l
I ... $\Omega \cdot l^2$

$\frac{1}{\Omega} = \frac{f \cdot l \cdot l}{\Omega' l^2} = \frac{1}{\Omega'} \dots n$

$\left(\frac{I}{V}\right) = \frac{M}{R} 1\,000\,000 = \frac{M \text{ en mètres Kg}}{\frac{R}{1\,000\,000}}$ $\frac{M \text{ en Kgmm}}{R \text{ Kg mm}^2}$

$\frac{I}{V}$ en centimètres $\frac{M \text{ en Kgm}}{R \text{ en Kg par mm}^2}$

ETSAM


ETSAM

$$y = \theta_0 x - \int_0^x \frac{M(x-x')\,dx}{EI}$$
$$\theta = \theta_0 - \int_0^x \frac{M\,dx}{EI}$$

Ecuaciones de deformación "$y = \theta_0 x + \int_0^x \frac{M_x\,dx}{EI}$

La 1ª es la ecuación de la elástica "y" es el descenso de cada punto.
Derivando se obtiene la ecuación diferencial de 2º orden.
Ordenada máxima de la elástica = flecha "$\frac{1}{500}$ de la luz

$$f = K\frac{Pl^3}{EI}$$ "

$\frac{I}{v} = \frac{M}{R}$ Los dos miembros son de 3ª orden

En piezas de madera:

$$\frac{I}{V} = \frac{ab^2}{6}$$

Máximo de $\frac{I}{V}$ es el de ab^2 $\quad ab^2 = a(d^2 - a^2) = ad^2 - a^3$

$D_a ab^2 = d^2 - 3a^2 = 0$ " $\quad d^2 = 3a^2$ " $\quad a = \sqrt{\frac{d^2}{3}} = \frac{d}{\sqrt{3}}$

$b^2 = d^2 - a^2 = d^2 - \frac{d^2}{3} = \frac{2d^2}{3}$ "

$b = \sqrt{\frac{2}{3}}\cdot d$

~~$\frac{a}{b} = \frac{d}{\sqrt{2}}$~~ $\quad \frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{5}{7}$

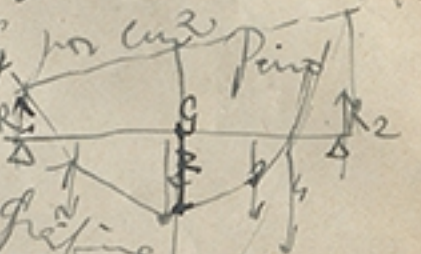
ETSAM

$\frac{a^2}{b^2} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\frac{1}{3}d}{\frac{2}{3}d} = \frac{1}{2}$,, $\frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$R = \frac{MV}{I}$, $\frac{I}{V} = \frac{M}{R}$,, R de 8 a 10 Kg/mm² en acero

Se calcula el valor máximo de M.

En Madera : 60 Kg por cm²



1º/ La viga sobre apoyos simples

Las reacciones se calculan por estática gráfica

Momento flector en G: $M_g = z \cdot H$

M se mide en Kgm ,, z en m y H en Kg

$z = 1'7$
$H = 4000$ } $M = 6800$ Kgm

$\frac{I}{V} = \frac{M}{R}$. En libros : $\frac{I}{V} = \frac{M}{10}$,, Se toma z el mayor, para que lo sea M.

Barra empotrada, o sea parte de viga continua

ETSAM

La recta de cierre sobre diferente A_1B_1

$M = \mu + ax + b$ $\quad M = z \cdot H + ax + b = H\left(z + \frac{a}{H}x + \frac{b}{H}\right)$

$y = -\frac{a}{H}x - \frac{b}{H}$ Se obtiene la recta que tiene esta ecuación

$\frac{a}{H}x + \frac{b}{H} = -y$ Es la recta de cierre $A'B'$.

$M = H(z - y)$

Es la viga tiene apoyo sobre cierre

Se traza el polígono de fuerzas y

Momento de las fuerzas de la grúa

1º) Hallar la intensidad de la corriente que circula por un conductor de 5 ohmios de resistencia entre cuyos extremos existe una diferencia de potencial de 20 Voltios

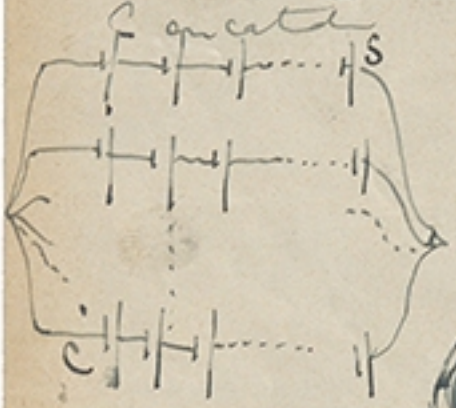
2º) Hallar la sección de un conductor de cobre de 12 Km de longitud, que tiene una resistencia de 10 Ohmios siendo la resistencia específica del cobre de $\frac{1}{58}$ microhmios

ETSDM

3º/ Agrupar 20 elementos de forma que la asociación tenga la mayor posible, sabiendo la resistencia exterior de 1/8 ohmios y la interior de cada elemento de 1 ohmio:

S... en serie

En cada



Radiante a energía:

La resistencia exterior con la distancia y disminuye con el aumento de temperatura

sE = Fuerza electromotriz del conjunto

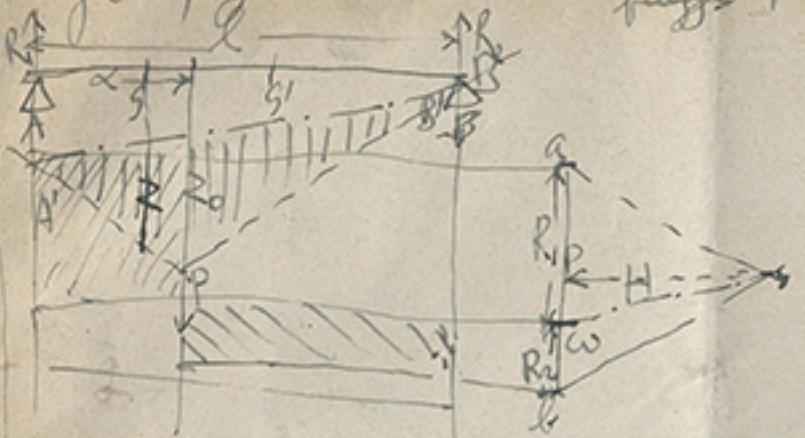
$\frac{rS}{c}$ = Resistencia total $\frac{0'9}{2} = \frac{S}{20}$

$I = \frac{SE}{\frac{rS}{c} + R} = \frac{E}{\frac{R}{S} + \frac{r}{c}}$ " $\frac{R}{S} = \frac{r}{c}$ " $\frac{0'9}{S} = \frac{1}{\frac{20}{6}}$

Regiones: vías de $\frac{1}{2}$ a $\frac{11}{2}$ para la placa para la carga y de $\frac{1}{2}$ a 23 para la descarga

ETSAM

Viga apoyada: Una sola fuerza P: analíticamente y tabla:



$$M_H P = M_H R_1 + M_H R_2$$

Se toman momentos de B

$$R_1 b - P(l-\alpha) = 0$$

$$R_1 l = P(l-\alpha) \;\;\therefore\;\; R_1 = \frac{P(l-\alpha)}{l}$$

$$P\alpha = R_2 l \;\;\therefore\;\; R_2 = \frac{P\alpha}{l}$$

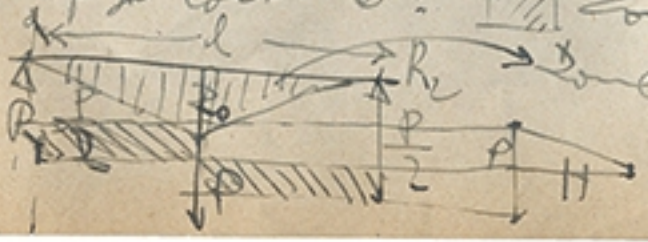
$$M_G = R_1 x = \frac{P(l-\alpha)}{l} x \;\;\therefore\;\; M_{G'} = \frac{P\alpha}{l}(l-x)$$

Momento máximo: $x = \alpha \;\;\therefore\;\; M = \frac{P(l-\alpha)\alpha}{l} = \frac{Pl - P\alpha^2}{l}$

También se ve gráficamente: $M = l_2 H$

$M = z_0 H$

Esfuerzo cortante: ▨ Zona de esfuerzo cortante



Zona de momentos flectores. $M_0 = z_0 H$

> el máximo

$$M_0 = \frac{P}{2}\frac{l}{2} = \frac{Pl}{4}$$

$\frac{I}{v} = \frac{M}{R}$ " Cantidad de $\frac{I}{v}$ de una P

Viga horizontal: $l = 5$ m. Carga en el punto medio $P = 3000$ kg

$\frac{I}{v} = \frac{M}{R} = \frac{3000 \times}{10} = \frac{Pl}{4 \times 10} = \frac{3000 \times 5}{40}$ $\frac{I}{v} = 375$ cm³

$\frac{I}{v} = R_x = 375$ cm³ " Nº 26: Peso por m: 42 Kg m.

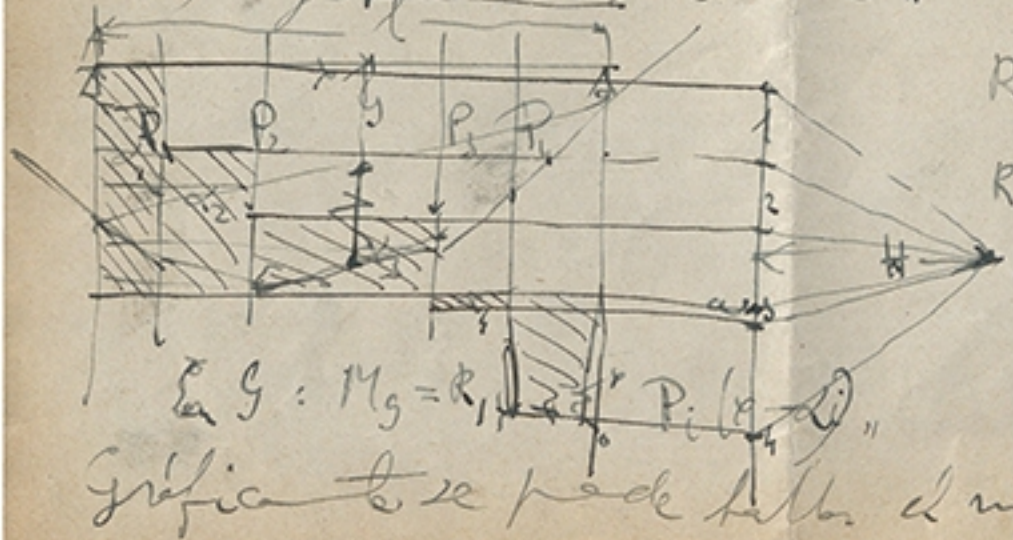
En Total: $5'50 \times 42 = \ldots$

Si hay cargas varias: Reacciones: $R_1 l = \sum_1^4 P_i (l - x_i)$ "

$$R_1 = \frac{\sum_1^4 P_i (l - x_i)}{l}$$

$$R_2 l = \sum_1^4 P_i x_i$$

$$R_2 = \frac{\sum_1^4 P_i x_i}{l}$$



En G: $M_G = R_1 \ldots P_i (\ldots)$ "

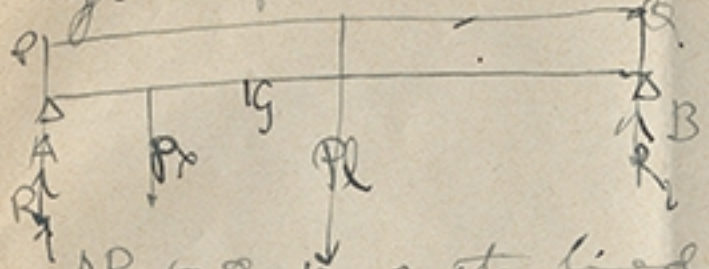
Gráfica se puede hallar el momento máximo

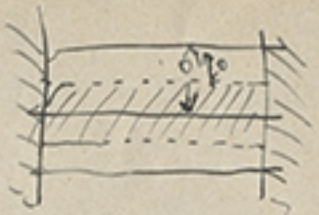
$A_{y2} + B_{y2} + H = \ldots$

ETSDM

Se hallan los esfuerzos cortantes por zonas:

Cargas uniformemente repartidas





AP = carga uniforme actúa sobre AB PG es la carga

Σ Fv = 0 $\quad P = pl$

$R_1 = R_2 = \frac{Pl}{2}$

Momento en G: $M = R_1 \cdot \frac{l}{2} - p \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{Pl}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{P}{2} \cdot \frac{l^2}{4}$

Si M se toma en orden de ecuación $y = \frac{Pl}{2} x - \frac{P}{2} x^2$

Será la parábola $B^2 - 4AC = 0$, $M = 2H$, $z = \frac{M}{H}$, será la parábola.

Punto de Momento máximo $T = -\frac{Pl}{2} + Px = 0$

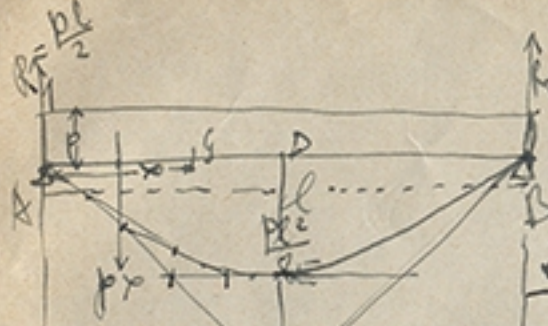
$x = \frac{l}{2}$, $M_0 = \frac{Pl}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{P}{2} \cdot \frac{l^2}{4} = \frac{Pl^2}{8}$, $M_0 = \frac{Pl}{8}$.

ETSAM

$l = 5$, $p = 300$ $\left\{ M_o = \frac{300 \times 25}{8} = \frac{300 \times 625}{8} \right.$ $\therefore \frac{I}{v} = \frac{M_o}{R} = \frac{\frac{300 \times 25}{8}}{10}$

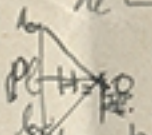
$= \frac{300 \times 25^2}{8} = \frac{750}{8} = 93'9$

pl = ~~longitud de la viga~~ = carga total; $\frac{I}{v} = \frac{M_o}{R}$ "



$M = \frac{plx}{2} - \frac{px^2}{2}$ " M = ordenada de una parábola

$B^2 - 4AC = 0$ { B término en xy. C término independ.



$T = M' = \frac{pl}{2} - px$ " $T = -\frac{pl}{2} + px$

$M' = \frac{pl}{2} - px = 0$ " $\frac{pl}{2} = px$ " $x = \frac{l}{2}$ " (máximo de M.

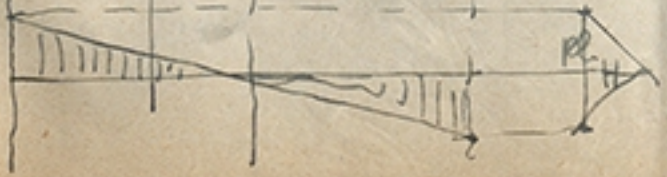
$M_o = \frac{pl^2}{4} - \frac{pl^2}{8} = \frac{pl^2}{8}$ " escala de ~~fuerzas~~ Kgm.

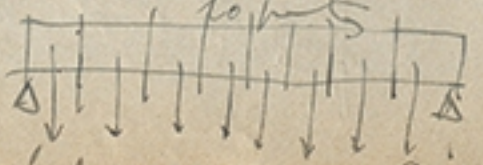
$\overline{DE} = \overline{EF}$ " FA y FB son tangentes

Si tomamos $\frac{M}{H}$ " sale escala de longitudes

Luego punto donde la flecha es $\frac{1}{2}$ de la distancia de la cuerda

Luego existe: $T = -\frac{pl}{2} + pe$ " se reduce a los puntos extremos



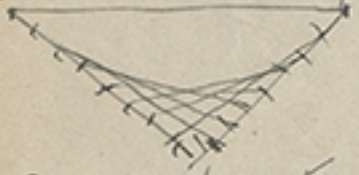


se reduce a cargas aisladas

$\frac{pl}{10}$ = deduce de ello:

Se construye el polígono funicular

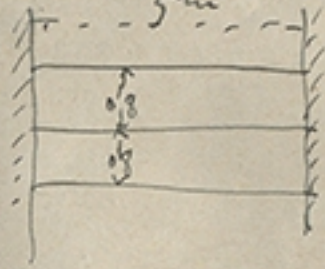
Para construir la parábola

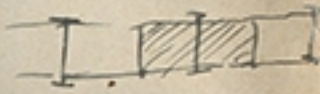


Piso de 400 Kg por m².

Sobre 1m de viga carga

0'8 × 400 = 320 Kg





$\frac{I}{V} = \frac{pl^2}{8R} = \frac{320 \times 25}{8 \times 10} = 100\ cm^3 = R_o$ perfil 16

315	
18	
440	
55	
990	

peso: por m lineal 18 Kg : total 18 × 5 = 99 Kg

Teniendo en cuenta el peso propio de la viga: = un peso uniformemente repartido " p = 320 + 18 = 338 Kg.

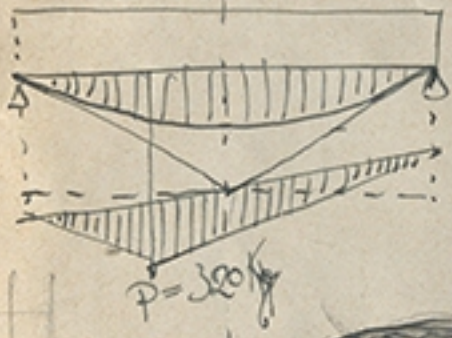
se calcula con este nuevo peso.

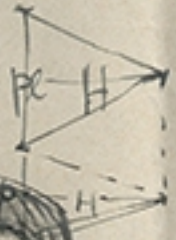
ETSAM

0'80 × 4 = 3'20 de tablero carga sobre cada viga
100 kg por m² de tablero 320 kg sobre

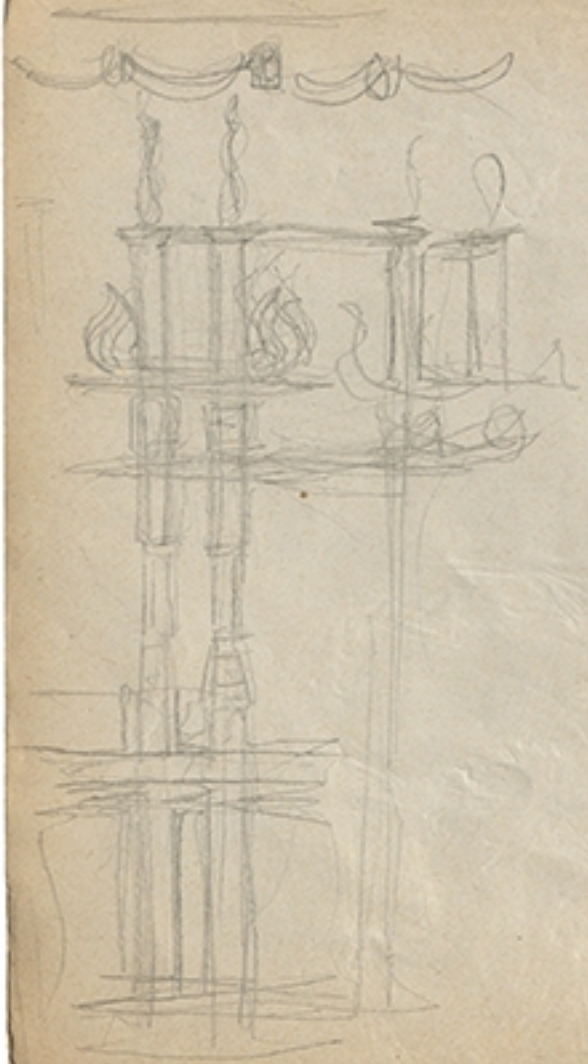
Se puede superponer los efectos
y se suman los momentos máximos
hacia donde van.

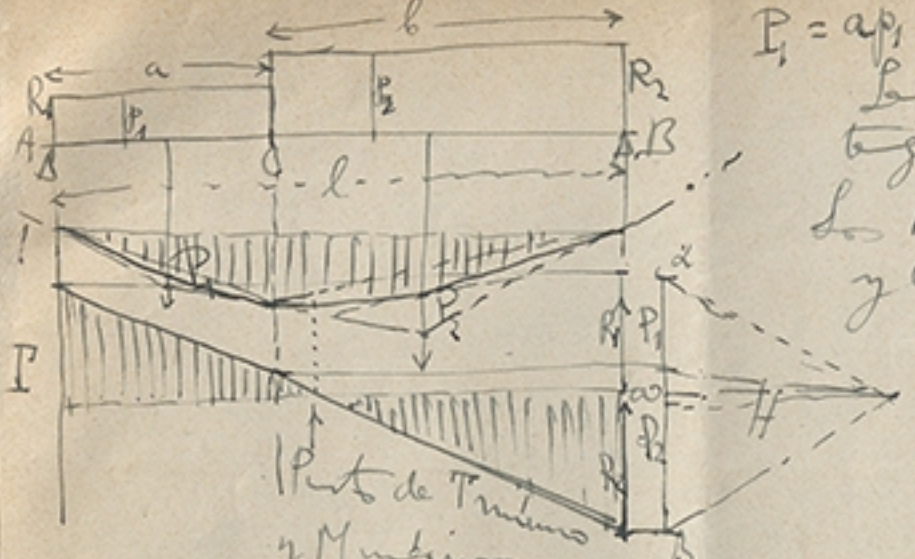
Sumado las 2 ordenadas.:
El momento máximo se
toma como suma de los 2
máximos





ETSAM





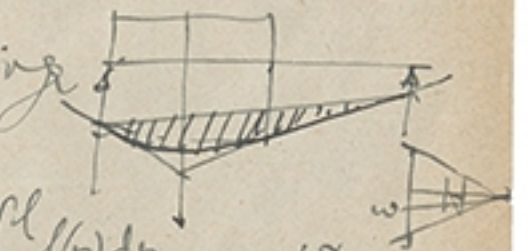
$P_1 = ap_1$,, $P_2 = p_2 b$

La parábola = tangente a los lados extremos.

Los M en escala de longitudes y los T en escala de fuerzas.

45000 Kg de tiro = H.

Si sobre la viga cae un poste de la misma



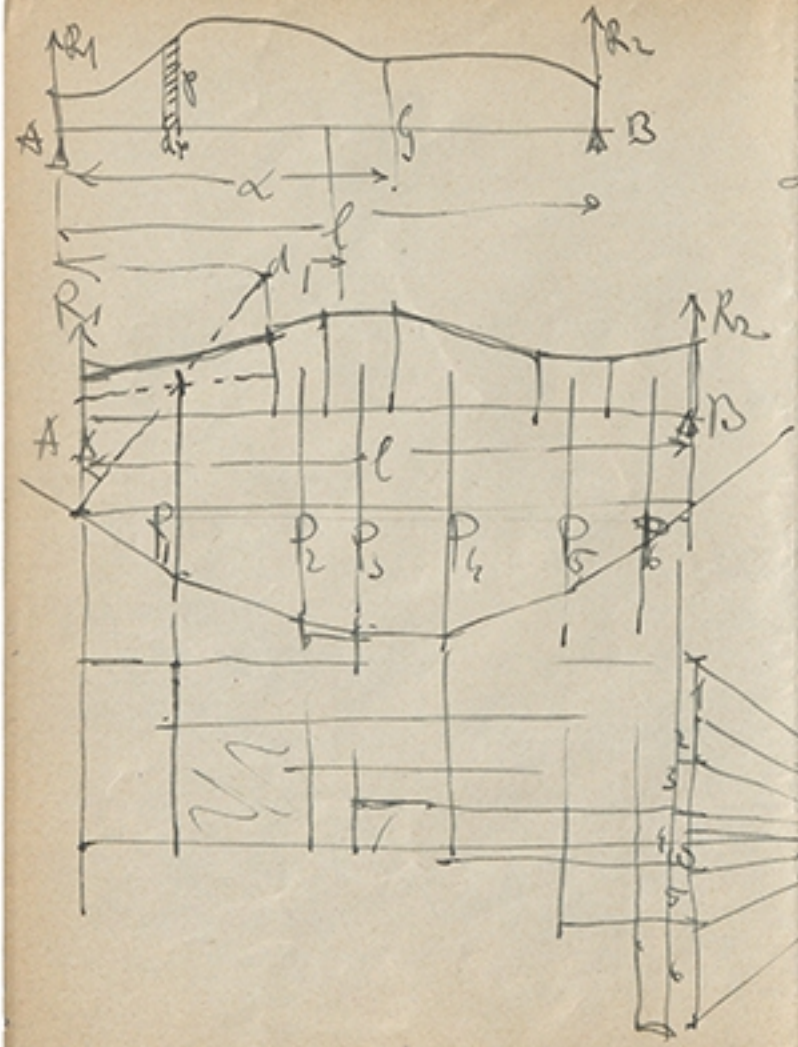
Si sobre uniformemente repartida

p varía según c: $p = f(c)$: $P = \int_0^l p\,dx = \int_0^l f(c)\,dx$,, $P_x = \int_0^x f(c)\,dx$

Hallar R_1 y R_2 : $R_1 l - P d_1 = 0$,, $R_1 = \frac{P}{l} d_1$

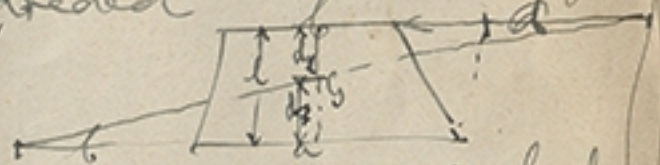
$R_2 l - P d_1 = 0$ $R_2 = \frac{P}{l} d_1$

d_1 : $P d_1 = \int_0^l f(c)\,dx$,, $d_1 = \frac{\int_0^l f(c)\,dx}{P}$



$$M_g = R_x - \int_0^x f(\alpha)\, d\alpha\, (x-\alpha)$$

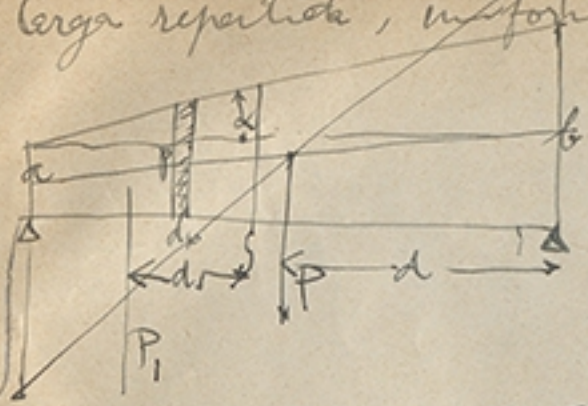
Se aplica el método gráfico:
se inscribe un polígono
se refiere a ejes baricéntricos
aplicados al centro de gravedad



$$d_1 = \frac{2b+a}{a+b} \cdot \frac{l}{3} \quad ; \quad d_2 = \frac{2a+b}{a+b} \cdot \frac{l}{3}$$

ETSAM

Carga repartida, uniformemente variable



$p = f(p) = mp + n$,, $m = \operatorname{tg}\alpha = \frac{b-a}{l}$

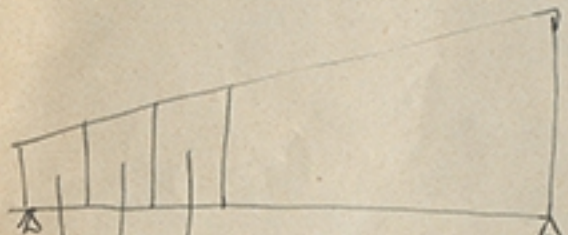
$n = a$

$p = \frac{b-a}{l}x + a$,, $P = (a+b)\frac{l}{2}$

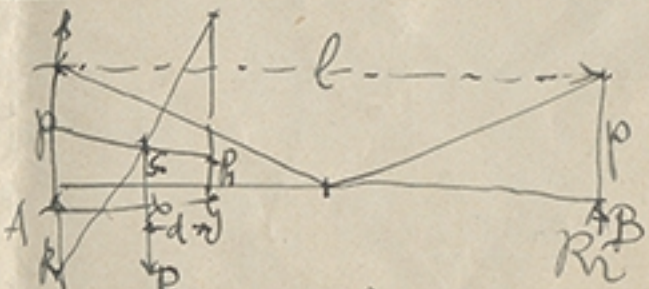
$R_1 l - Pd = 0$,, $R_1 = \frac{P}{l}d = \frac{P}{l}\frac{2a+b}{a+b}\frac{l}{3}$,,

$R_1 =$

$M_G = R_1 x - P_1 d_1$



así se hace gráficamente:



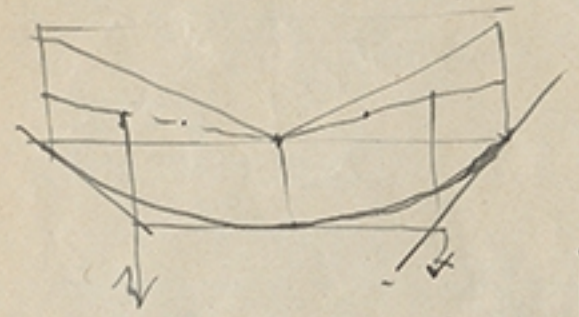
$R_1 = R_2 = \frac{Pl}{4}$,, $M_G = R_1 x - P_1 d = \frac{Pl}{4}x - \frac{p+p_1}{2}x\frac{2p+p_1}{p+p_1}\frac{x}{3}$,,

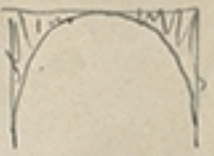
$\frac{p_1}{p} = \frac{\frac{l}{2}-x}{\frac{l}{2}}$,, $\frac{p_1}{p} = \frac{l-2x}{l}$,, $p_1 = p\frac{l-2x}{l}$,, $M_G = \frac{Pl}{4}x - \frac{p + p\frac{(l-2x)}{l}}{2}$

ETSAM

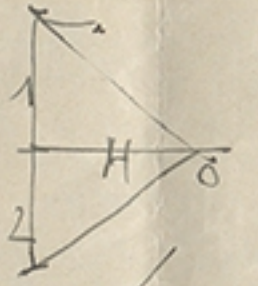
$> \frac{3p + \frac{P(l-2a)}{l}}{p + \frac{P(l-2a)}{l}} \frac{l}{3} =$

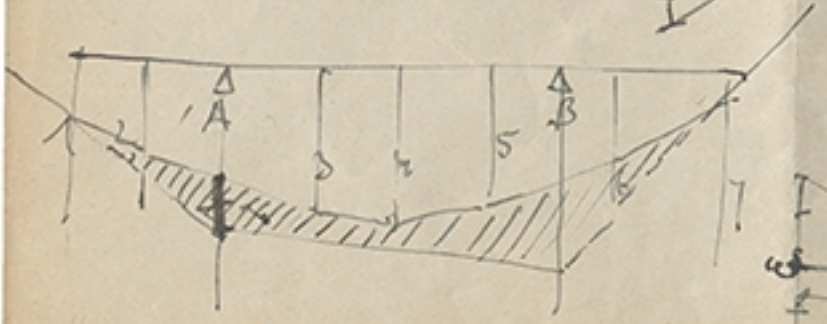
My resulta valor de la curva de 3er grado: la parábola cúbica.





Si la curva es la parábola cúbica, resulta mejor

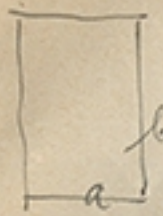




$m_0 = \frac{1}{2} y_1 + y_2$

ETSAM

Maderos de 4 10

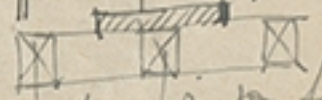


	a	b	I_x	l
	8 cm	11	161'33 cm⁴	4 m
Madero de 8	9	14	294	4'5
" de 6	11	18	594	5
" de segunda	14	20		
tercia	20	27		
pie y medio	24	34		
media viga	27	40		

} para pisos

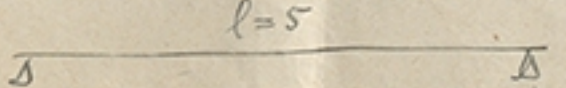
} se emplean para pies derechos, Hay que conocer lo 2 momentos resistentes

	I_x	I_y	en cm⁴
viga	96335	45795	
tercia	32805	18000	
pie y medio	78608	39169	
media viga	144000	65610	



si van forjados

si van enfoscados 1'50



Una viga de
se coloca

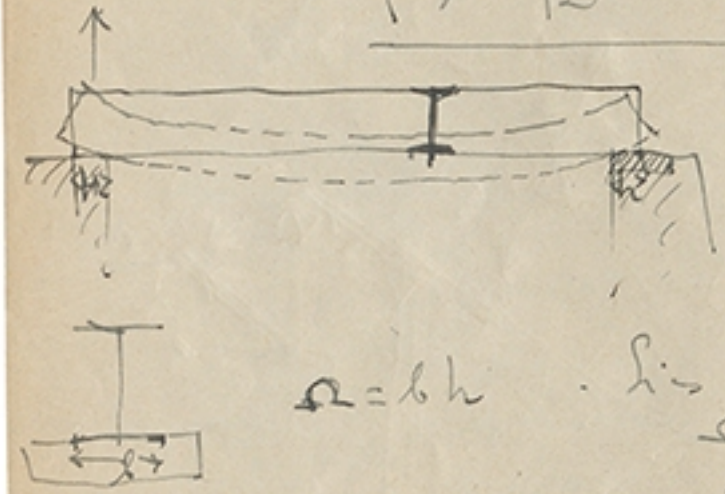
Si debe pesar 400 kg, qué canto hay que dar
200 kg/cm²

$\frac{I}{v} = \frac{M}{R}$ $R = 60 \text{ kg/cm}^2 = 0'6 \text{ kg/mm}^2$

Si $p = 200 \frac{kg}{m}$ metal $\frac{M}{R} = \frac{EK}{\rho R} = \frac{E}{\rho}$ ~~Kg~~ / cm. $p = 2$

$l = 500$ cm

$\frac{I}{V} = \frac{M}{R} = \frac{2 \times 500^2}{8 \times 60}$ // $\begin{cases} I_x = \frac{ab^3}{12} \\ I_y = \frac{b(2)^3}{12} \end{cases}$



$\Omega = bh$. Si = l

Longitud de la entrega:
Si es de viga larga descansa en el muro. Si no descansa: $R_1 = \frac{pl}{2} = \frac{500 \times 4}{2} = 1000$ Kg

Si el ladrillo $R = 6 \frac{Kg}{cm^2}$

$\Omega = 7 \times h = \frac{1000}{6}$

$h = \frac{1000}{42}$

$R = 7 \cdot h \cdot R = 7 \cdot h \cdot 6$ //

La luz h = ~~[illegible]~~ altura d altura y $\frac{1}{2}$

Si R = muy grande : se ponen losas de piedra

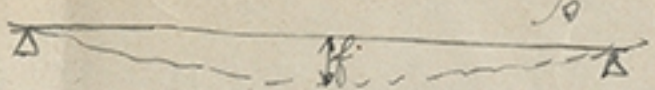
De hierro forjado : $u = 5d$ // $d = 2$ cm

De fundición : $u = 3d$ $d = 3$ cm

De sillería : $u = \frac{2}{3}d$ $d = 20$ cm

Flecha $< \frac{1}{500}$ de la luz ; $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$ " $\int$ $y = \theta_0 x - \int_0^x \frac{M(x-x')}{EI} dx$

$y = \theta x + \int_0^x \frac{Mx}{EI} dx$



Para hallar el valor máximo de f, se integra la ecuación diferencial y se diferencia la ecuación flecha

Carga única en el punto medio

La recta no gira en el punto medio

$x = \frac{l}{2}$ $\theta = 0$ " $y = f = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{Mx}{EI} dx = \frac{1}{EI} \int_0^{\frac{l}{2}} Mx\,dx$

$f = 2H$

$\frac{1}{EI} \int_0^{\frac{l}{2}} M dx \cdot x$: es el momento del triángulo respecto del punto medio $f = \frac{1}{EI} \frac{l}{2} \frac{Pl}{4} \frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{l}{2} = \frac{Pl^3}{EI} \frac{1}{48}$

$M = \frac{Pl}{4}$

Carga uniforme :

$f = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{Mx}{EI} dx = \frac{1}{EI} \int_0^{\frac{l}{2}} Mx\,dx$

ETSAM

$M = \frac{Pl}{2}x - \frac{P}{2}x^2$;; $f = \frac{1}{EI}\int_0^{\frac{l}{2}} \left(\frac{Pl}{2}x - \frac{P}{2}x^2\right) x\, dx = \frac{1}{EI}\left[\frac{Pl}{2}\int_0^{\frac{l}{2}} x^2 dx - \frac{P}{2}\int_0^{\frac{l}{2}} x^3 dx\right]$

$= f = \frac{1}{EI}\left[\frac{Pl}{2}\left(\frac{x^3}{3}\right)_0^{\frac{l}{2}} - \frac{P}{2}\left(\frac{x^4}{4}\right)_0^{\frac{l}{2}}\right] = \frac{1}{EI}\left[\frac{Pl^4}{48} - \frac{Pl^4}{28}\right] = \frac{Pl^4}{EI}\left[\frac{1}{48} - \frac{1}{28}\right] =$

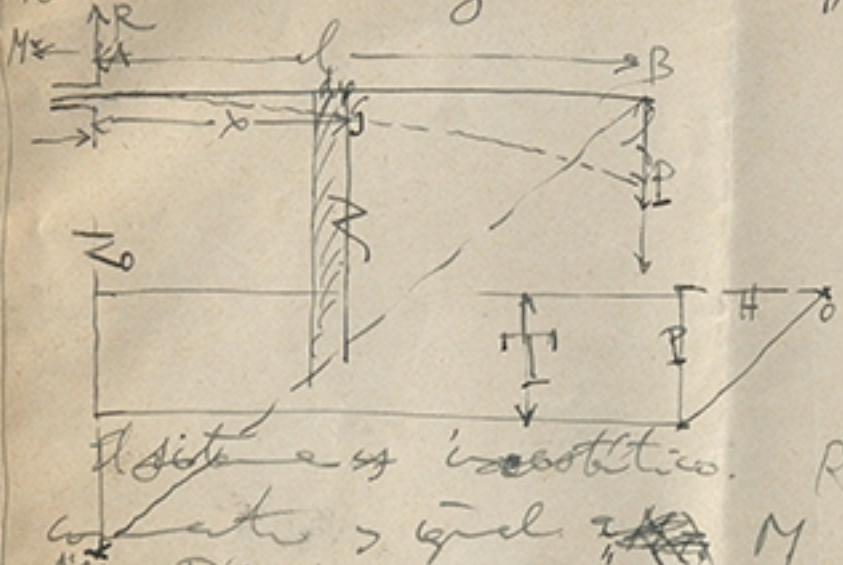
$= \frac{Pl^3}{EI}\left[\frac{1}{48} - \frac{1}{28}\right.$

$\frac{l^4}{2^4}$

$\frac{l^4}{4^4}$ $\left(\frac{l}{2}\right)^4 = \frac{l^4}{16} = \frac{l^4}{66}$

$dM = R dx$ $M = Rx$ $dM = R dx$

Vigas empotradas en un extremo: En el ze no puede girar la sección ni deslizarse. El empotramiento perfecto



Ha de haber un par de empotramiento, que impida el giro de la sección: M
También habrá una reacción R opuesta a P.
Solo habrá 2 ecuaciones, luego un tipo parabólico de los gjs.

El sist es isostático. $R = P$, forman un par, cp

cortante > igual M

$M = -P(l-x)$ .. para $x=0$ .. $M_0 = -Pl$ .. es el máximo.

$T = P$ .. $\frac{I}{v} = \frac{M}{R} = \frac{Pl}{R}$ .. $l = 3$ .. $P = 3000\ Kg$ .. $\frac{I}{v} = \frac{2000 \cdot 3}{8} = 750\ cm^3$

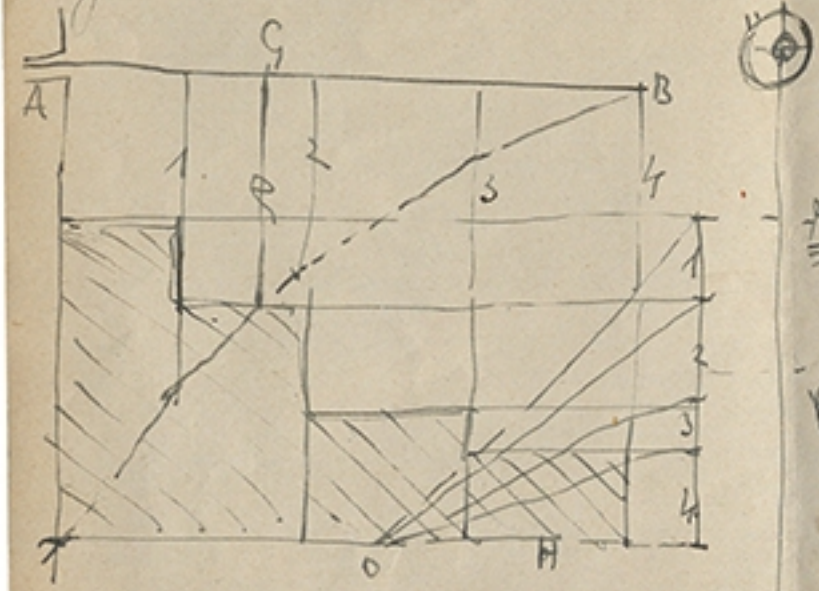
$H = 1$ .. $z = M$ .. Flecha: $y = \theta x - \int_0^x \frac{M(x-\theta)}{EI} dx = \theta x + \int_0^x \frac{Mx}{EI} dx$

$\theta_0 = 0$ .. $f = \frac{1}{EI} \int_0^l M(l-x)dx$ .. Mdx es el área $\times dx$ .. $l-x$ es m de

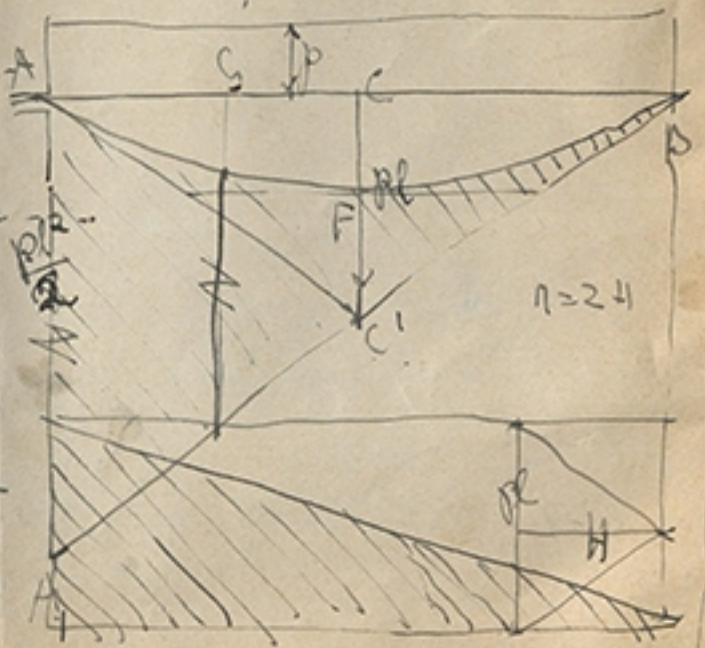
ETSAM

a $P_{//}$ $f = \frac{1}{EJ} \frac{Pl}{2} \cdot l \cdot \frac{2}{3} l = \frac{1}{3} \frac{Pl^3}{EJ} = K \frac{Pl^3}{EJ}$

Cargas aisladas:



Cargas uniformemente repartidas:



$M_0 = \overline{KA_1} \cdot H = 2\overline{CC'} \cdot H = 4\overline{CF} \cdot H$,

$\therefore H = 1$, $M_0 = 4 \cdot \overline{CF} = 4 \cdot \frac{1}{8} Pl^2$,

$M_0 = \frac{Pl^2}{2}$.

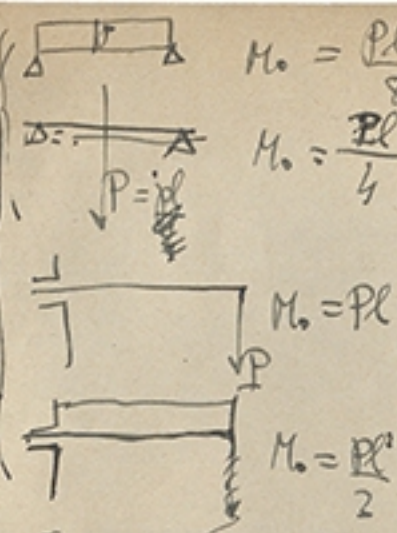
ETSAM

$l = 3m$

$p = 300\ kg$

$P = 900\ kg$

$R = 10\ kg/mm^2$



$M_o = \frac{Pl^2}{8}$

$M_o = \frac{Pl}{4}$

$M_o = Pl$

$M_o = \frac{Pl}{2}$

$\frac{I}{V} = \frac{M}{R} = \frac{300 \times 9}{8.10} = 32$ Profil 16

$\frac{I}{V} = \frac{900 \times 3}{4 \cdot 10} = 67 \longrightarrow$ 16

$\frac{I}{V} = \frac{900 \times 3}{10} = 270 \longrightarrow$ 22

$\frac{I}{V} = \frac{900 \cdot 9}{2 \cdot 10} = 135 \longrightarrow$ 18

$y = \theta_o x - \int_o^x \frac{M(x-\varphi)\,d\varphi}{EI}$ .. $f = \int_o^l \frac{M(l-\varphi)\,d\varphi}{EI} = \frac{1}{EI}\int_o^l M\,d\varphi\,(l-\varphi)$

$f = \frac{1}{EI}\int_o^l M\,d\varphi\,(l-\varphi)$ .. = d momento del elemento dΩ rel

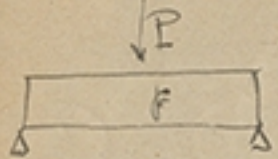
$P \cdot d\varphi$ ..

$f = \frac{1}{EI}(AA_1B \cdot d - A_1B d_1) = \frac{1}{EI}\frac{Pl^2}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{2}{3}l - \frac{2}{3}\frac{Pl^2}{8}l\cdot\frac{l}{2} =$ $\frac{2}{3} f \cdot AB$

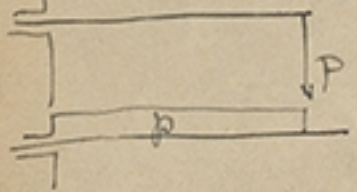
$= \frac{1}{EI} Pl^4 \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}\right) = \frac{Pl^4}{EI}\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{24}\right) = \frac{1}{8}\frac{Pl^4}{EI} = \frac{1}{8}\frac{Pl^3}{EI}$ ..

ETSAM

$$f = \frac{1}{48}\frac{Pl^3}{EJ}$$

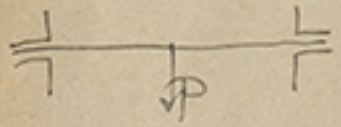


$$f = \frac{5}{384}\frac{Pl^3}{EJ} \quad P = pl$$



$$f = \frac{1}{3}\frac{Pl^3}{EJ}$$

$$f = \frac{1}{7}\frac{Pl^3}{EJ} \quad " \quad P = pl$$

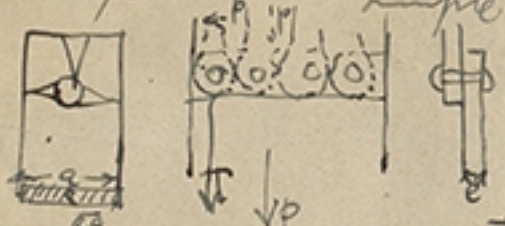


$$f = \frac{1}{192}\frac{Pl^3}{EI},$$

$$f = \frac{1}{384}\frac{Pl^3}{EI} \quad P = pl$$

Para diámetros ≥ 2'5 se puede remachar a martillo.
≥ 3'5

Solapa Simple cubrejunta Doble cubrejunta

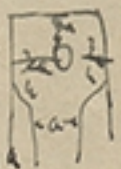


Para ser la junta de la que dejan acta cada 2 roblones. la junta de brida la de resistir lo mismo que dos roblones

$T = \frac{P}{n}$ = la acción de cada roblón.

La junta que resiste $T = R.a.e.$ para donde está el agujero, la de ser mayor. a. Cuando la junta P que no tiene roblón. Todo ≤ la de la table se haga a " $T = Rae$. la misma la de ser igual a la del roblón. que trabaja por cizalla por cizalla contacto: $T = R' \frac{\pi d^2}{4} = \frac{4}{5} R \frac{\pi d^2}{4}$

$Rae = \frac{4}{5} R \frac{\pi d^2}{4}$ " $a = \frac{\pi d^2}{5e}$



Para la hoja de fila;

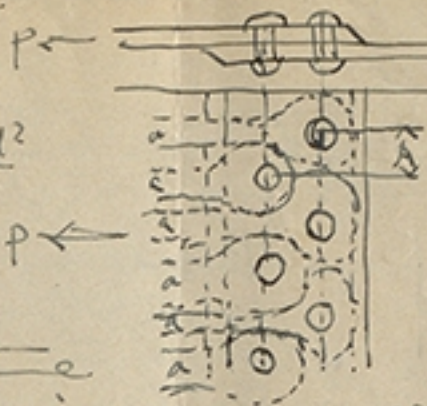
$= \frac{7}{12} a$, $= \frac{1}{2} a$: $A = \frac{d+1}{2} + \frac{d+1}{2} + 2\frac{3}{3} d$

$A = d+1 + \frac{4}{3} a$

Tanto por ciento de aprovechamiento = : $\frac{a}{A} \times 100 = \frac{100\,a}{A}$ " = la clave del porcentaje de la roblonada: cuanto mayor sea, = mejor

ETSAM

Con doble fila de roblones..
se coloca a tresbolillo



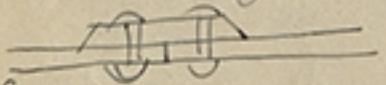
$A = \frac{d+l}{2} + \frac{d+l}{2} + \frac{a}{2} + \frac{2}{3}a$

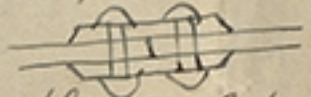
obtiene d, se tiene a „ $a = \frac{\pi d^2}{5e}$
y después l.

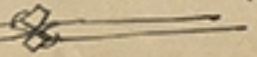
El nº de roblones se obtiene con esfuerzo y ancho de piezas que se van a colocar.

$P = k\Omega = R \cdot l \cdot e = n \omega R''$ Siendo ω el área de la sección dividida roblón „ $P = \frac{n \pi d^2}{4} \frac{1}{5} R = R l e$ „ $le = \frac{n \pi d^2}{5}$ „ $n = \frac{5 le}{\pi d^2}$

Simple subjunta: La subjunta debe ser de igual espesor que el palastro. Se ejecuta el tipo de unión por solape.



Doble subjunta:  „ El espesor de las subjuntas sobre una mitad del palastro. Cada roblón actúa sobre dos secciones. Hoy día se utiliza el mismo de antes

Los unidos por solape son peligrosos:  Es simple

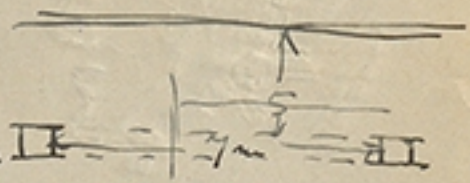
Cabezante: Longitud = la doble cabezante:

Un pie derecho:

$d = 20\,mm$

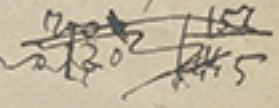
$\Omega = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3'14 \times 20 \times 20}{4} = 3'14 \times 100 = 314\ mm^2$

$P = R'' \Omega = \frac{1}{5} R \Omega = \frac{25}{5} \cdot 314 = 5 \cdot 314 = 1.570\ Kg$



Cada pie derecho,
de cuperos no debe pasar de 120 mm = suma de todos los
Nudos que cargan.

Si hay falte 10 rollos: x pieda pasar a
2 pies de 5 empentados



Si se cuenta por un plano a $\frac{1}{2}$, hace que soporte todos los rollos, pero está sin uso que el tablero.
Si hay, vuelta cero rollos, pero tiene 2 hoc
Esto es lo mejor

ETSAM